

**ESTIMASI PARAMETER REGRESI LINIER DENGAN
METODE *LEAST ABSOLUTE DEVIATION* (*LAD*)**

(Studi Kasus : Indeks Pembangunan Manusia Propinsi Jawa Tengah Tahun 2009)

TUGAS AKHIR

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh Gelar Sarjana

Jurusan Statistika



Lely Rahmawati HS

10 611 025

**JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA
YOGYAKARTA**

2012

HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING

TUGAS AKHIR

Judul : Estimasi Parameter Regresi Linier Dengan Metode *Least Absolute Deviation (LAD)* (Studi Kasus : Indeks Pembangunan Manusia Propinsi Jawa Tengah Tahun 2009)

Nama Mahasiswa : Lely Rahmawati HS

Nomor Mahasiswa : 10 611 025

TUGAS AKHIR INI TELAH DIPERIKSA DAN DISETUJUI UNTUK
DIUJIKAN

Yogyakarta, 30 Desember 2011

Pembimbing



(Kariyam, S.Si, M.Si)

HALAMAN PENGESAHAN

TUGAS AKHIR

ESTIMASI PARAMETER REGRESI LINIER DENGAN

METODE *LEAST ABSOLUTE DEVIATION* (LAD)

(Studi Kasus : Indeks Pembangunan Manusia Propinsi Jawa Tengah Tahun 2009)

Nama Mahasiswa : Lely Rahmawati HS

Nomor Mahasiswa : 10 611 025

TUGAS AKHIR INI TELAH DIUJIKAN

PADA TANGGAL 9 JANUARI 2012

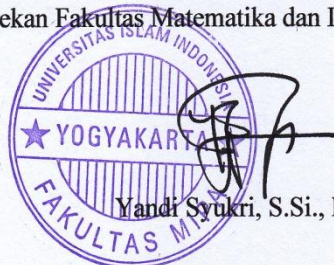
Nama Penguji

1. M. Fatekurohman S.Si., M.Si
2. RB. Fajriya Hakim S.Si., M.Si
3. Kariyam, S.Si, M.Si

Tanda Tangan

Mengetahui,

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Yandi Syukri, S.Si., M.Si., Apt.

HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan ketulusan dan keikhlasan hati serta syukur yang sangat mendalam, tugas akhir ini penulis persembahkan kepada :

- ❖ *Bapak dan Ibu penulis tercinta yang telah memberikan kasih sayang sepanjang hayat dan tidak pernah mengharap imbalan.*
- ❖ *Kakak-kakakku (Mas Iwan, Mbak Asih, Mbak Etik, Mas Joko, Mas Doni) dan keponakanku (Shella, Sekar, dan Affansyah) tercinta, Mas Imam tersayang, dan seluruh keluarga besarku yang menjadi semangatku dalam menyelesaikan tugas akhir ini.*
- ❖ *Adikku Okta tercinta, Asri, dan semua teman-teman alih jalur AIS Muhammadiyah Semarang yang telah banyak membantu dalam penyelesaian tugas akhir ini.*
- ❖ *Keluarga besar "Wisma Subur " yang penulis sayangi.*
- ❖ *Semua teman-teman Jurusan Statistika FMIPA UII.*

HALAMAN MOTTO

- *Ketahuiilah bahwa sabar, jika dipandang dalam permasalahan seseorang adalah ibarat kepala dari suatu tubuh. Jika kepalanya hilang maka keseluruhan tubuh itu akan membusuk. Sama halnya jika kesabaran hilang, maka seluruh permasalahan akan rusak. (Ibnu Mas'ud).*
- *Penderitaan jiwa mengarahkan keburukan putus asa adalah sumber kesesatan dan kegelapan hati, pangkal penderitaan jiwa. (Ibnu Mas'ud)*
- *Hadapilah setiap tantangan yang menghadang dengan lapang dada seakan Anda telah tersentuh gairah kemenangan. (George S Patton)*
- *Perubahan adalah kata lain untuk berkembang atau moto lain untuk berkembang atau mau belajar. Dan kita semua mampu melakukannya jika berkehendak. (Prof. Charles Handy)*
- *Jangan menjadi pohon kaku yang mudah patah. Jadilah bambu yang mampu bertahan melengkung melawan terpaan angin. (Bruce Lee)*
- *Selalu ada keindahan dalam setiap masalah. Itu adalah salah satu cara kita belajar, kecantikan bukan di wajah, melainkan cahaya yang keluar dari dalam hati. (Kahlil Gibran)*

KATA PENGANTAR



Assalamu 'alaikum Wr.Wb.

Dengan mengucapkan syukur Alhamdulillah yang tiada hentinya kehadiran Allah SWT yang telah memberikan karunia dan hidayah-Nya kepada penulis, sehingga laporan Tugas Akhir dengan judul “ **ESTIMASI PARAMETER REGRESI LINIER DENGAN METODE *LEAST ABSOLUTE DEVIATION* (*LAD*)** (Studi Kasus : Indeks Pembangunan Manusia Propinsi Jawa Tengah Tahun 2009) ” untuk mencapai gelar kesarjanaan di Jurusan Statistika telah selesai tanpa suatu hambatan berarti yang penulis alami. Shalawat dan salam penulis haturkan pula kepada junjungan Nabi Muhammad SAW beserta keluarga dan para sahabat yang setia mengikuti ajaran-ajarannya.

Dalam kesempatan ini penulis bermaksud mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan Tugas Akhir ini baik secara langsung maupun tidak langsung, antara lain :

1. Bapak Yandi Syukri, S.Si., M.Si., Apt selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Islam Indonesia.
2. Ibu Kariyam, S.Si, M.Si, selaku Ketua Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Islam Indonesia dan Dosen Pembimbing I yang sabar mengarahkan, membimbing, dan memberi motivasi kepada penulis.

3. Kedua orang tua (Bapak dan Ibu), kakak, adik dan keluarga tercinta untuk segala doa dan dukungan, serta kepercayaan yang diberikan, amanah ini menjadi motivasi yang paling berharga bagi penulis dalam menjalani hidup ini.
4. BPS Propinsi Jawa Tengah yang telah mengizinkan penulis untuk meminjam data-datanya guna penyusunan Tugas Akhir ini.
5. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah memberikan kontribusi positif dalam bentuk apapun.

Dalam penyusunan Tugas Akhir ini penulis merasa masih terdapat kekurangan di dalamnya karena keterbatasan ilmu dan pengetahuan yang penulis miliki, untuk itu penulis dengan lapang dada menerima kritik dan saran yang membangun demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Akhirnya, penulis berharap bahwa Tugas Akhir ini dapat digunakan sebagaimana mestinya sehingga mendatangkan manfaat bagi para pembaca untuk dijadikan referensi Tugas Akhir di kemudian hari dan mendatangkan ridho dari Allah SWT. Amien.

Wassalamu'alaikum Wr.Wb.

Yogyakarta, 30 Desember 2011

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN TUGAS AKHIR.....	iii
HALAMAN PERSEMBAHAN.....	iv
HALAMAN MOTTO.....	v
KATA PENGANTAR.....	vi
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR TABEL.....	xii
DAFTAR GAMBAR.....	xiv
DAFTAR LAMPIRAN.....	xv
PERNYATAAN.....	xvi
INTISARI.....	xvii
ABSTRACT.....	xviii

BAB I. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah.....	1
1.2. Perumusan Masalah.....	6
1.3. Tujuan Penelitian.....	6
1.4. Manfaat Penelitian.....	7

BAB II. LANDASAN TEORI

2.1. Regresi Linier	8
2.1.1. Regresi Linier Sederhana.....	11
2.1.2. Regresi Linier Berganda.....	12
2.2. Metode <i>Ordinary Least Square</i> (<i>OLS</i>).....	13
2.2.1. Pengertian Metode <i>Ordinary Least Square</i> (<i>OLS</i>).....	13
2.2.2. Sifat Penaksir <i>Ordinary Least Square</i>	17
2.2.3. Perhitungan Taksiran Simpangan Baku Penaksir Koefisien Regresi.....	18
2.2.4. Penaksir Nilai Respon.....	21
2.2.5. Estimasi Parameter dan Model.....	22
2.3. Metode <i>Least Absolute Deviation</i> (<i>LAD</i>).....	26
2.3.1. Pengertian <i>Least Absolute Deviation</i> (<i>LAD</i>).....	26
2.3.2. Sifat <i>Least Absolute Deviation</i> (<i>LAD</i>).....	28
2.3.3. Estimasi Parameter <i>Least Absolute Deviation</i> (<i>LAD</i>).....	31
2.3.4. Metode Dua Titik.....	32
2.3.5. Metode Tiga Titik.....	34
2.4. Indeks Pembangunan Manusia (IPM).....	37
2.4.1. Pengertian Indeks Pembangunan Manusia (IPM).....	37
2.4.2. Indikator Indeks Pembangunan Manusia (IPM).....	39

BAB III. METODOLOGI PENELITIAN

1.1. Jenis dan Sumber Data.....	42
---------------------------------	----

1.2. Definisi Operasional Variabel.....	42
1.3. Metode Analisis Data.....	43

BAB IV. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

4.1. Data Indeks Pembangunan Manusia (IPM).....	44
4.1.1. Satu Peubah Bebas.....	44
4.1.2. Dua Peubah Bebas.....	46
4.2. Estimasi Parameter dengan Metode <i>Ordinary Least</i>	
<i>Square (OLS)</i>	48
4.2.1. Satu Peubah Bebas.....	48
4.2.2. Dua Peubah Bebas.....	53
4.3. Estimasi Parameter dengan Metode <i>Least Absolute</i>	
<i>Deviation (LAD)</i>	59
4.3.1. Metode Dua Titik Secara Manual.....	59
4.3.2. Metode Dua Titik dengan Program Macro Minitab.....	67
4.3.3. Metode Tiga Titik Secara Manuaal.....	72
4.3.4. Metode Tiga Titik dengan Program Macro Minitab.....	82
4.4. Perbandingan Hasil Estimasi Parameter Metode LAD	
dengan Metode OLS.....	87
4.4.1. Satu Peubah Bebas.....	87
4.4.2. Dua Peubah Bebas.....	90

BAB V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan.....	94
5.2. Saran.....	96

DAFTAR PUSTAKA

RINGKASAN TUGAS AKHIR

LAMPIRAN



DAFTAR TABEL

Tabel 2.1. Perbandingan Sifat OLS dengan LAD.....	29
Tabel 4.1. Indeks Pembangunan Manusia dengan Satu Peubah Bebas Menurut Kabupaten/Kota di Jawa Tengah Tahun 2009.....	45
Tabel 4.2. Indeks Pembangunan Manusia dengan Dua Peubah Bebas Menurut Kabupaten/Kota di Jawa Tengah Tahun 2009.....	47
Tabel 4.3. Variabel X dan Y dalam Regresi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Propinsi Jawa Tengah Tahun 2009.....	49
Tabel 4.4. Variabel X_1 , X_2 , dan Y dalam Regresi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Propinsi Jawa Tengah Tahun 2009.....	54
Tabel 4.5. Urutan Data (x_i, y_i)	61
Tabel 4.6. Titik Pusat Data (x_p, y_p)	62
Tabel 4.7. Titik Terpilih Secara Random Variabel X dan Y.....	63
Tabel 4.8. Titik Pertama dan Kedua Untuk Metode Dua Titik.....	64
Tabel 4.9. Hasil Penghitungan a_i , b_i , dan Fungsi Linier.....	65
Tabel 4.10. Hasil Penghitungan G_i Metode Dua Titik.....	66
Tabel 4.11. Hasil Pengulangan Penghitungan G_i Metode Dua Titik.....	68
Tabel 4.12. Urutan Data (x_i, y_i, z_i)	75
Tabel 4.13. Titik Pusat Data (x_p, y_p, z_p)	76
Tabel 4.14. Titik Terpilih Tiga Titik Secara Random.....	77
Tabel 4.15. Titik Pertama, Kedua, dan Ketiga untuk Metode Tiga Titik.....	78

Tabel 4.16. Hasil Penghitungan a_i , b_i , dan c_i	79
Tabel 4.17. Hasil Penghitungan Fungsi Linier Metode Tiga Titik.....	80
Tabel 4.18. Hasil Penghitungan G_i Metode Tiga Titik.....	81
Tabel 4.19. Hasil Pengulangan Penghitungan G_i Metode Tiga Titik.....	83
Tabel 4.20. Perbandingan Hasil Estimasi Parameter Dua Titik.....	88
Tabel 4.21. Hasil Penghitungan Konsep Residual Metode OLS dan LAD Metode Dua Titik.....	89
Tabel 4.22. Perbandingan Hasil Estimasi Parameter Tiga Titik.....	90
Tabel 4.23. Hasil Penghitungan Konsep Residual Metode OLS dan LAD Metode Tiga Titik.....	92



DAFTAR GAMBAR

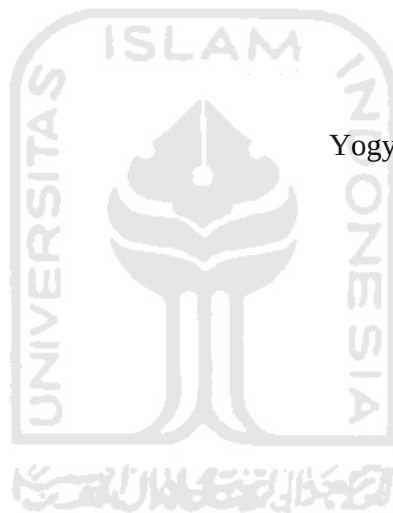
Gambar 2.1. Membandingkan ε_i Dengan Sisa e_i	12
Gambar 2.2. Grafik QQ-Plot.....	16
Gambar 4.1. Plot Kenormalan Residual Model Regresi Linier Sederhana.....	50
Gambar 4.2. Plot Kenormalan Residual Model Regresi Linier Berganda.....	55
Gambar 4.3. Diagram Alur Metode LAD Dua Titik.....	60
Gambar 4.4. Grafik G_i Metode Dua Titik.....	68
Gambar 4.5. Grafik a_i dan b_i Metode Dua Titik.....	68
Gambar 4.6. Grafik a_i Pada Perulangan 500 Kali Metode Dua Titik.....	69
Gambar 4.7. Grafik b_i Pada Perulangan 500 Kali Metode Dua Titik.....	69
Gambar 4.8. Grafik a_i Pada Perulangan 5000 Kali Metode Dua Titik.....	70
Gambar 4.9. Grafik b_i Pada Perulangan 5000 Kali Metode Dua Titik.....	70
Gambar 4.10. Grafik a_i Pada Perulangan 10.000 Kali Metode Dua Titik.....	71
Gambar 4.11. Grafik b_i Pada Perulangan 10.000 Kali Metode Dua Titik.....	71
Gambar 4.12. Diagram Alur Metode LAD Tiga Titik.....	74
Gambar 4.13. Grafik G_i Metode Tiga Titik.....	83
Gambar 4.14. Grafik a_i, b_i , dan c_i Metode Tiga Titik.....	83
Gambar 4.15. Grafik a_i Pada Perulangan 500 Kali Metode Tiga Titik.....	84
Gambar 4.16. Grafik b_i Pada Perulangan 500 Kali Metode Tiga Titik.....	84
Gambar 4.17. Grafik c_i Pada Perulangan 500 Kali Metode Tiga Titik.....	85
Gambar 4.18. Grafik a_i Pada Perulangan 5000 Kali Metode Tiga Titik.....	85
Gambar 4.19. Grafik b_i Pada Perulangan 5000 Kali Metode Tiga Titik.....	88
Gambar 4.20. Grafik c_i Pada Perulangan 5000 Kali Metode Tiga Titik.....	88

DAFTAR LAMPIRAN

- Lampiran I. : Statistik Deskriptif Variabel Pengeluaran riil Per Kapita, Angka Harapan Hidup, Angka Melek Huruf, dan IPM
- Lampiran II. : Hasil Output Analisis Regresi Linier Sederhana Variabel X dan Y
- Lampiran III. : Hasil Output Uji Korelasi Variabel X dan Y
- Lampiran IV. : Hasil Output Uji Multikolinearitas Variabel X_1 , X_2 , dan Y
- Lampiran V. : Hasil Output Analisis Regresi Linier Berganda Variabel X_1 , X_2 , dan Y
- Lampiran VI. : Hasil Penghitungan G_i Metode Dua Titik
- Lampiran VII. : Hasil Penghitungan G_i Metode Tiga Titik
- Lampiran VIII.: Program Macro Minitab Untuk Metode LAD Dua Titik
- Lampiran IX. : Program Macro Minitab Untuk Metode LAD Tiga Titik

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang sebelumnya pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu perguruan tinggi dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain, kecuali yang diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.



Yogyakarta, 30 Desember 2011

Penulis

ESTIMASI PARAMETER REGRESI LINIER DENGAN METODE *LEAST ABSOLUTE DEVIATION* (*LAD*)

(Studi Kasus : Indeks Pembangunan Manusia Propinsi Jawa Tengah Tahun 2009)

Oleh : Lely Rahmawati HS
Program Studi Statistika Fakultas MIPA
Universitas Islam Indonesia

INTISARI

Dalam estimasi regresi linier, selama ini dikenal dengan menggunakan metode Ordinary Least Square (OLS). Metode OLS ini sangat peka terhadap penyimpangan-penyimpangan asumsi pada data, terutama asumsi kenormalan residual pada data. Maka berkembanglah metode Least Absolute Deviation (LAD), dimana dalam metode ini terdapat dua metode untuk mengestimasi parameter regresi linier yang lebih kuat terhadap “outlier data” yaitu metode dua titik dan metode tiga titik. Dalam penelitian ini menggunakan studi kasus Indeks Pembangunan Manusia Propinsi Jawa Tahun 2009, yang diperoleh dari BPS Propinsi Jawa Tengah. Dengan diketahuinya hasil estimasi parameter regresi metode LAD pada studi kasus tersebut, maka dapat dibandingkan dengan hasil estimasi parameter metode OLS. Hasil penelitian menunjukkan bahwa hasil estimasi parameter LAD metode dua titik adalah $Y = -39,23 + 0,17 X$, sedangkan dengan metode OLS adalah $Y = - 69.0 + 0.222 X$. Kemudian, hasil estimasi parameter LAD metode tiga titik adalah $Y = - 22,42 + 0,85 X_1 + 0,39 X_2$, sedangkan dengan metode OLS adalah $Y = - 21.8 + 0.817 X_1 + 0.402 X_2$. Berdasarkan perbandingan hasil estimasi parameter tersebut, dapat diketahui jumlah kuadrat eror metode LAD lebih besar daripada metode OLS.

Kata kunci : Parameter, Regresi, OLS, LAD

**PARAMETERS ESTIMATION BY LINEAR REGRESSION
METHOD LEAST ABSOLUTE DEVIATION (LAD)**
(Case Study: Human Development in Central Java Province Year 2009)

By: Lely Rahmawati HS
Statistics Faculty of Mathematics and Science Study Program
Islamic University of Indonesia

ABSTRACT

In linear regression estimation is known by using the method of Ordinary Least Square (OLS). OLS method is very sensitive to deviations assumptions on the data, especially the assumption of normality of residuals in the data. Then developed a method Least Absolute Deviation (LAD), which in this method there are two methods for estimating parameters of linear regression is more robust against the "outlier data" is method two points and three point method. In this study using a case study of Human Development Index Java Province Year 2009, that from the BPS Province of Central Java. By knowing the results of the regression parameter estimates on a case study with the LAD method, it can be compared with the parameter estimation by OLS method. The results showed that the parameter estimation method LAD with two points is $Y = -39,23 + 0,17 X$, where as the OLS method is $Y = -69.0 + 0.222X$. Then, the results of parameters estimation method LAD with three points is $Y = -22,42 + 0,85 X_1 + 0,39 X_2$, while the OLS method is $Y = -21.8 + 0.817 X_1 + 0.402 X_2$. According to the compare the results of the regression parameter estimates on case study, can be know that sum square error of LAD method greather than OLS method.

Key words: Parameters, Regression, OLS,LAD

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Dalam sebuah penelitian, banyak permasalahan yang datanya dinyatakan oleh lebih dari sebuah variabel. Analisis kumpulan data yang terdiri atas banyak variabel pada dasarnya merupakan perluasan dari analisis data yang terdiri atas dua variabel. Hal-hal yang akan dipelajari mengenai kumpulan data yang terdiri atas dua variabel antara lain adalah analisis korelasi dan analisis regresi. Analisis korelasi bertujuan untuk mempelajari derajat asosiasi antara kedua variabel. Tetapi hubungan korelasional tersebut tidak menjelaskan apakah suatu variabel menjadi penyebab dari variabel yang lainnya. Sedangkan analisis regresi bertujuan untuk mempelajari hubungan yang ada di antara variabel-variabel sehingga dari hubungan yang diperoleh dapat menaksir variabel yang satu apabila harga variabel lainnya diketahui.

Berkaitan dengan analisis regresi, setidaknya ada empat kegiatan yang dapat dilaksanakan dalam analisis regresi, diantaranya: (1) mengadakan estimasi terhadap parameter berdasarkan data empiris, (2) menguji berapa besar variasi variabel dependen dapat diterangkan oleh variasi variabel independen, (3) menguji apakah estimasi parameter tersebut signifikan atau tidak, dan (4) melihat apakah tanda dari estimasi parameter cocok dengan teori.

Dalam penelitian, orang terbiasa bekerja menggunakan model hubungan fungsional antara peubah. Dengan model itu peneliti berusaha memahami, menerangkan, mengendalikan dan kemudian memprediksikan kelakuan sistem yang diteliti. Model juga menolong peneliti dalam menentukan hubungan kausal (sebab akibat) antara dua atau lebih peubah. Hubungan kausal tentu saja merupakan perhatian yang besar tiap peneliti. Ada tidaknya hubungan kausal antara peubah tidak dapat diputuskan dengan hanya menggunakan data statistik. Secara umum, model merupakan penyederhanaan dan abstraksi dari keadaan sesungguhnya. Model fungsi dan regresi merupakan alat yang ampuh dalam pembentukan hubungan kausal antar peubah. Data yang digunakan dapat berasal dari percobaan dalam laboratorium ataupun dari lapangan (Sembiring, 2003).

Regresi merupakan suatu alat ukur yang juga digunakan untuk mengukur ada atau tidaknya korelasi antar variabel. Istilah regresi yang berarti ramalan atau taksiran pertama kali diperkenalkan oleh *Sir Francis Galton* pada tahun 1877, sehubungan dengan penelitiannya terhadap tinggi manusia, yaitu antara tinggi anak dan tinggi orang tuanya. Menurut (Galton), tinggi anak dari orang tua yang tinggi cenderung meningkat atau menurun dari berat rata-rata populasi. Garis yang menunjukkan hubungan tersebut disebut garis regresi. Analisis regresi lebih akurat dalam melakukan analisis korelasi, karena pada analisis tersebut kesulitan dalam menunjukkan slope (tingkat perubahan suatu variabel terhadap variabel lainnya dapat ditentukan). Jadi, dengan analisis regresi, peramalan atau perkiraan nilai variabel terikat pada nilai variabel bebas lebih akurat pula (Iqbal, 1999).

Regresi ada dua macam yaitu regresi linier dan regresi non linier. Regresi non linier adalah regresi yang variabel bebasnya berpangkat lebih dari satu. Sedangkan regresi linier adalah regresi yang variabel bebasnya (variabel X) berpangkat paling tinggi satu. Jenis regresi linier yaitu, regresi linier sederhana dan regresi linier berganda. Regresi linier sederhana yaitu, regresi linier yang hanya melibatkan dua variabel (variabel X dan Y), sedangkan regresi linier berganda adalah regresi linier yang melibatkan lebih dari dua variabel prediktor (variabel bebas).

Dalam rangka untuk menduga model regresi dilakukan pendugaan koefisien regresi. Koefisien-koefisien regresi linier sebenarnya adalah nilai duga dari parameter model regresi. Parameter merupakan keadaan sesungguhnya untuk kasus yang diamati. Parameter regresi biasanya diduga melalui teknik perhitungan yang disebut *Ordinary Least Square (OLS)* atau metode kuadrat terkecil. Namun, metode *Ordinary Least Square* ini disyaratkan untuk memenuhi asumsi-asumsi yang ada. Metode OLS ini sangat peka terhadap penyimpangan-penyimpangan asumsi pada data. Misalnya, jika data tidak memenuhi salah satu asumsi regresi, maka penduga OLS tidak lagi baik digunakan. Menurut (Dedy, 2008), asumsi-asumsi tersebut antara lain adalah model dispesifikasikan dengan benar, *error* menyebar normal dengan rata-rata nol dan suatu ragam (varians) tertentu (normalitas), ragam dari *error* bersifat homogen (*homoskedastic*), *error* tidak mengalami autokorelasi, tidak terjadi multikolinieritas antar variabel bebas X, apabila asumsi-asumsi di atas terpenuhi, maka model regresi linier yang diperoleh bersifat *BLUE (Best Linear Unbiased Estimator)*.

Asumsi normalitas sering kali dilanggar, pada saat data mengandung pencilan (*outlier*). *Outlier* atau anomali adalah himpunan data yang dianggap memiliki sifat yang berbeda dibandingkan dengan kebanyakan data lainnya. Analisis *outlier* dikenal juga dengan analisis anomali atau deteksi anomali atau deteksi deviasi (nilai atribut objek tersebut berbeda dengan nilai atribut objek lainnya) atau *exception mining*. Penyebab adanya *outlier* antara lain adalah data berasal dari sumber yang berbeda, variasi natural data itu sendiri, error pada saat pengukuran atau pengumpulan data. Macam-macam pendekatan analisis untuk mendeteksi *outlier* antara lain adalah pendekatan grafis, *model based*, *distance based* (data direpresentasikan dalam bentuk vektor), dan *deviation based*. Teknik deteksi *outlier* tersebut biasanya digunakan pada aplikasi kecurangan kartu kredit, *network intrusion detection*, aplikasi keuangan dan lain lain.

Jika terdapat pencilan pada data, maka bentuk data tidak lagi simetrik sehingga melanggar asumsi normalitas. Terkadang untuk mengatasi hal ini seorang peneliti melakukan transformasi terhadap data, agar maksud asumsi normalitas dapat terpenuhi. Namun, seringkali transformasi yang dilakukan terhadap data juga tidak mampu memenuhi asumsi sehingga menyebabkan dugaan berbias. Akhirnya metode kuadrat terkecil dianggap kurang tepat untuk menganalisis sejumlah data yang tidak simetris, maka berkembanglah metode *Least Absolute Deviation (LAD)*.

Menurut (Kuzmanovic et al., 2009) dalam makalahnya yang berjudul *The Best Least Absolute Deviation Linear Regression : Properties and Two Efficient Methods*, menjelaskan bahwa metode *Least Absolute Deviation* memiliki dua

metode yang efisien untuk mengestimasi parameter regresi linier yaitu dengan metode dua titik dan metode tiga titik. Metode ini meminimalkan jumlah kesalahan absolut (penjumlahan nilai absolut dari “residu” vertikal antara titik-titik yang dihasilkan oleh fungsi dan titik yang sesuai dalam data). Kelebihannya adalah LAD tahan terhadap *outlier* pada data. Dalam metode *Least Absolute Deviation*, untuk metode dua titik, garis LAD akan selalu melewati setidaknya dua titik yang berbeda dalam set data. Sedangkan, untuk metode tiga titik, garis LAD setidaknya melewati setidaknya tiga titik yang berbeda dalam suatu set data. Parameter dapat dicari dengan mencari nilai G (jumlah absolut dari residual) yang paling mendekati garis regresi LAD. Selain memiliki kelebihan, metode LAD juga mempunyai kelemahan yaitu prosedurnya yang kurang efisien dan kurang berlaku pendekatan analisis varians.

Studi kasus dalam penelitian ini adalah mengenai regresi Indeks Pembangunan Manusia Propinsi Jawa Tengah tahun 2009. Menurut (BPS, 2006), pembangunan manusia didukung empat pilar pokok, yaitu: produktifitas, pemerataan, kesinambungan, dan pemberdayaan. Pembangunan manusia menjadi dasar dalam penentuan tujuan pembangunan dan dalam menganalisis pilihan-pilihan untuk mencapainya. Penyusunan IPM di Propinsi Jawa Tengah bertujuan untuk memaparkan sejauh mana perkembangan pembangunan manusia di Propinsi Jawa Tengah dan memberi gambaran yang lebih sederhana dan lengkap dalam melihat sejauh mana dampak pembangunan yang dilaksanakan terhadap peningkatan kualitas penduduk. Indikator IPM antara lain pengeluaran riil perkapita disesuaikan, angka harapan hidup, dan angka melek huruf.

Berdasarkan permasalahan tersebut, akan diteliti bagaimanakah hasil estimasi parameter regresi linier IPM Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan menggunakan metode LAD, kemudian hasil yang diperoleh akan dibandingkan dengan hasil estimasi menggunakan metode OLS. Sehingga, dapat diketahui prosedur dari metode LAD dalam mengestimasi parameter regresi linier.

1.2. Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian diatas, maka rumusan masalah yang diambil antara lain :

1. Bagaimanakah hasil estimasi parameter regresi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan menggunakan metode *Least Absolute Deviation (LAD)* ?
2. Bagaimanakah perbandingan hasil yang diperoleh dalam estimasi parameter regresi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 menggunakan metode *Least Absolute Deviation (LAD)* bila dibandingkan dengan hasil estimasi parameter regresi linier dengan metode *Ordinary Least Square (OLS)* ?

1.3. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian tugas akhir ini antara lain :

1. Untuk mengetahui hasil estimasi parameter regresi IPM Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan menggunakan metode *Least Absolute Deviation (LAD)*.

2. Untuk mengetahui perbandingan hasil yang diperoleh dalam estimasi parameter regresi IPM Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 menggunakan metode *Least Absolute Deviation* (*LAD*) bila dibandingkan dengan hasil estimasi parameter regresi linier dengan metode *Ordinary Least Square* (*OLS*).

1.4. Manfaat Penelitian

Dengan diketahuinya hasil yang diperoleh dalam estimasi parameter regresi Indeks Pembangunan Manusia Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 menggunakan metode *Least Absolute Deviation* (*LAD*) bila dibandingkan dengan hasil estimasi parameter regresi linier dengan metode *Ordinary Least Square* (*OLS*), maka kita akan mendapat pengetahuan dan ilmu baru dalam mengestimasi parameter regresi linier yang selama ini menggunakan metode OLS, ternyata berkembang metode yang lebih efisien dalam “outlier data” yaitu metode LAD, yang dapat diaplikasikan dalam berbagai bidang penelitian.

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1. Regresi Linier

Pengertian regresi secara umum adalah sebuah alat statistik yang memberikan penjelasan tentang pola hubungan (model) antara dua variabel atau lebih. Dalam analisis regresi dikenal dua jenis variabel, yaitu:

1. Variabel respon disebut juga variabel dependen, yaitu variabel yang keberadaannya dipengaruhi oleh variabel lainnya dan dinotasikan dengan variabel Y.
2. Variabel prediktor disebut juga dengan variabel independen, yaitu variabel yang bebas (tidak dipengaruhi oleh variabel lainnya) dan dinotasikan dengan variabel X.

Regresi linier adalah metode statistika yang digunakan untuk membentuk model hubungan antara variabel terikat (dependen; respon; Y) dengan satu atau lebih variabel bebas (independen, prediktor, X). Apabila banyaknya variabel bebas hanya ada satu, disebut sebagai regresi linier sederhana, sedangkan apabila terdapat lebih dari satu variabel bebas, disebut sebagai regresi linier berganda. (Dedy, 2008)

Analisis regresi setidaknya-tidaknya memiliki 3 kegunaan, yaitu untuk tujuan deskripsi dari fenomena data atau kasus yang sedang diteliti, untuk tujuan kontrol, serta untuk tujuan prediksi. Regresi mampu mendeskripsikan fenomena data

melalui terbentuknya suatu model hubungan yang bersifat numerik. Regresi juga dapat digunakan untuk melakukan pengendalian (kontrol) terhadap suatu kasus atau hal-hal yang sedang diamati melalui penggunaan model regresi yang diperoleh. Selain itu, model regresi juga dapat dimanfaatkan untuk melakukan prediksi untuk variabel terikat. Namun yang perlu diingat, prediksi di dalam konsep regresi hanya boleh dilakukan di dalam rentang data dari variabel-variabel bebas yang digunakan untuk membentuk model regresi tersebut. Misal, suatu model regresi diperoleh dengan mempergunakan data variabel bebas yang memiliki rentang antara 5 s.d. 25, maka prediksi hanya boleh dilakukan bila suatu nilai yang digunakan sebagai input untuk variabel X berada di dalam rentang tersebut. Konsep ini disebut sebagai interpolasi. Di dalam suatu model regresi kita akan menemukan koefisien-koefisien. Koefisien pada model regresi sebenarnya adalah nilai duga parameter di dalam model regresi untuk kondisi yang sebenarnya (*true condition*), sama halnya dengan statistik *mean* (rata-rata) pada konsep statistika dasar. Hanya saja, koefisien-koefisien untuk model regresi merupakan suatu nilai rata-rata yang berpeluang terjadi pada variabel Y (variabel terikat) bila suatu nilai X (variabel bebas) diberikan.

Koefisien regresi dapat dibedakan menjadi 2 macam, yaitu:

1. Intersep (*intercept*)

Intersep, definisi secara matematis adalah suatu titik perpotongan antara suatu garis dengan sumbu Y pada diagram/sumbu kartesius saat nilai $X = 0$. Sedangkan definisi secara statistika adalah nilai rata-rata pada variabel Y apabila nilai pada variabel X bernilai 0. Dengan kata lain, apabila X tidak

memberikan kontribusi, maka secara rata-rata, variabel Y akan bernilai sebesar intersep. Perlu diingat, intersep hanyalah suatu konstanta yang memungkinkan munculnya koefisien lain di dalam model regresi. Intersep tidak selalu dapat atau perlu untuk diinterpretasikan. Apabila data pengamatan pada variabel X tidak mencakup nilai 0 atau mendekati 0, maka intersep tidak memiliki makna yang berarti, sehingga tidak perlu diinterpretasikan.

2. Slop (*slope*)

Secara matematis, *slope* merupakan ukuran kemiringan dari suatu garis. *Slope* adalah koefisien regresi untuk variabel X (variabel bebas). Dalam konsep statistika, *slope* merupakan suatu nilai yang menunjukkan seberapa besar (sumbangan) yang diberikan suatu variabel X terhadap variabel Y. Nilai *slope* dapat pula diartikan sebagai rata-rata pertambahan (atau pengurangan) yang terjadi pada variabel Y untuk setiap peningkatan satu satuan variabel X.

(Dedy, 2008)

Persamaan regresi linier dari Y terhadap X dirumuskan :

$$Y = a + bX$$

(Iqbal, 1999)

Dimana :

Y = variabel terikat

X = variabel bebas

a = intersep

b = koefisien regresi/*slope*

Untuk mempelajari hubungan – hubungan antara variabel bebas maka regresi linier terdiri dari dua bentuk, yaitu :

1. Analisis regresi sederhana (*Simple analysis regresi*)
2. Analisis regresi berganda (*Multiple analysis regresi*).

2.1.1. Regresi Linier Sederhana

Regresi linier sederhana, yaitu regresi linier yang hanya terdapat satu peubah bebas x dan satu peubah acak terikat Y , datanya dapat disajikan sebagai pasangan pengamatan $\{ (x_i, y_i); i = 1, 2, \dots, n \}$.

Setiap pengamatan (x_i, y_i) dalam sampel memenuhi hubungan :

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$$

dengan ε_i nilai E_i bila Y_i mendapat nilai y_i . Koefisien regresi α dan β merupakan dua parameter yang akan ditaksir. Demikian juga dengan menggunakan taksiran atau kecocokan garis regresi

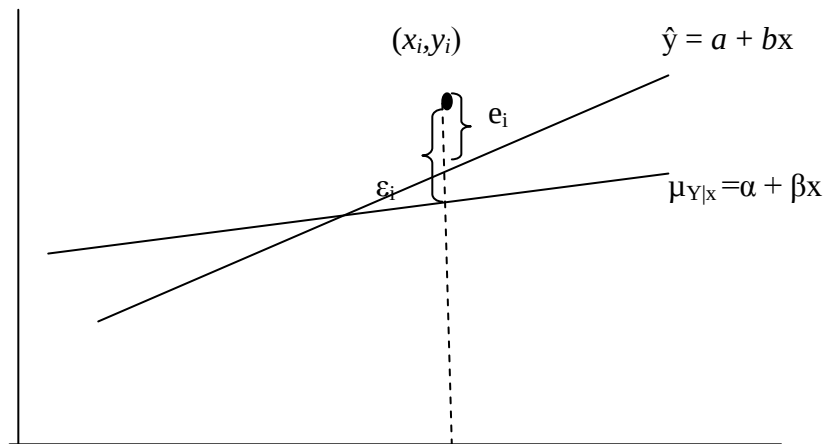
$$\hat{y} = a + bx$$

Tiap pasangan pengamatan memenuhi :

$$y_i = a + b x_i + e_i$$

Dengan a dan b merupakan taksiran parameter-parameter model yang menyatakan perpotongan dengan sumbu y . Lambang $\hat{y}$ digunakan untuk membedakan antara taksiran atau nilai prediksi yang diberikan oleh garis regresi sampel dan nilai y amatan percobaan yang sesungguhnya untuk suatu nilai x , sedangkan $e_i = y_i - \hat{y}_i$ disebut sisa dan memberikan galat dalam kecocokan model pada titik data ke- i .

Beda antara e_i dengan ε_i jelas terlihat pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1. Membandingkan ε_i Dengan Sisa e_i

Sumber : (Walpole, 1995)

2.1.2. Regresi Linier Berganda

Regresi linier berganda adalah analisis regresi yang menjelaskan hubungan antara peubah respon (variabel dependen) dengan faktor-faktor yang mempengaruhi lebih dari satu prediktor (variabel independen).

Regresi linier berganda hampir sama dengan regresi linier sederhana, hanya saja pada regresi linier berganda variabel bebasnya lebih dari satu variabel penduga. Tujuan analisis regresi linier berganda adalah untuk mengukur intensitas hubungan antara dua variabel atau lebih dan membuat prediksi perkiraan nilai Y atas X .

Diketahui k peubah bebas $x_1, x_2, \dots, x_k$, rata-rata $Y|x_1, x_2, \dots, x_k$ diberikan oleh model linier berganda sebagai berikut :

$$\mu_{Y|x_1, x_2, \dots, x_k} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k$$

dan taksiran respon diperoleh persamaan :

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + \dots + b_kx_k$$

Apabila y_i respon yang diamati pada nilai $x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}$ dari k peubah bebas $x_1, x_2, \dots, x_k$. Tiap pengamatan $(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}, y_i)$ memenuhi persamaan :

$$y_i = \beta_0 + \beta_1x_{1i} + \beta_2x_{2i} + \dots + \beta_kx_{ki} + \varepsilon_i$$

atau :

$$y_i = b_0 + b_1x_{1i} + b_2x_{2i} + \dots + b_kx_{ki} + e_i$$

dengan diketahui koefisien regresi β_1 ditaksir dengan b_1 dari data sampel dengan menggunakan metode kuadrat terkecil. Sedangkan e_i dan ε_i adalah galat acak dan sisa yang berkaitan dengan respon y_i (Walpole, 1995).

2.2. Metode Ordinary Least Square (OLS)

2.2.1. Pengertian Metode Ordinary Least Square (OLS)

Metode *Ordinary Least Square* merupakan suatu teknik penyelesaian masalah untuk melakukan analisa apakah terdapat hubungan antara dua variabel yang ditinjau, seberapa kuat hubungan yang terjadi, dan bahkan dapat dipergunakan untuk peramalan kondisi mendatang, dengan memanfaatkan persamaan regresi atau kurva regresi yang dihasilkan.

Secara umum terdapat sejumlah variasi bentuk kurva regresi yang dihasilkan oleh persamaan regresi diantara variabel-variabel. Salah satu bentuk kurva regresi yang paling sederhana adalah berupa garis lurus yang dapat diselesaikan dengan metode regresi linier sederhana. Regresi linier sederhana dan regresi linier berganda sama-sama menggunakan metode *Ordinary Least Square*

untuk menyelesaikan proses analisa hubungan diantara variabel-variabel terhadap penyelesaian masalah dalam kehidupan sehari-hari.

Metode kuadrat terkecil merupakan cara meminimuman untuk menaksir parameter. Jadi a dan b dicari dengan meminimumkan jumlah kuadrat galat (JKG), yaitu :

$$JKG = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 X_i)^2$$

Parameter regresi diduga melalui teknik perhitungan yang disebut *Ordinary Least Square (OLS)*. Tentu saja, yang namanya menduga, kita tidak mungkin terlepas dari kesalahan, baik itu sedikit maupun banyak. Namun dengan OLS, kesalahan pendugaan dijamin yang terkecil (dan merupakan yang terbaik) asal memenuhi beberapa asumsi. Asumsi-asumsi tersebut biasanya disebut asumsi klasik regresi linier. Untuk mengetahui apakah koefisien regresi yang kita dapatkan telah sah (benar; dapat diterima), maka kita perlu melakukan pengujian terhadap kemungkinan adanya pelanggaran asumsi klasik tersebut. (Dedy, 2008)

Menurut (Dedy, 2008), asumsi klasik regresi linier adalah sebagai berikut:

1. Model dispesifikasikan dengan benar

Asumsi ini adalah asumsi pertama yang harus dipenuhi oleh peneliti. Maksud dari “model dispesifikasikan dengan benar” adalah bahwa model regresi tersebut dirancang dengan benar oleh peneliti. Khusus untuk asumsi ini memang tidak ada uji statistiknya. Hal ini disebabkan karena model regresi

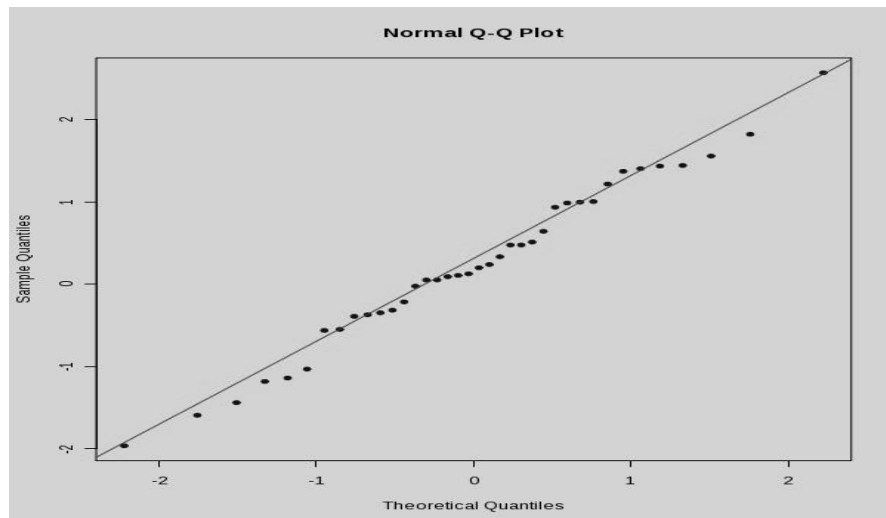
yang dirancang berhubungan dengan konsep teoritis dari kasus yang sedang diteliti.

2. *Error* menyebar normal dengan rata-rata nol dan suatu ragam (*variance*) tertentu.

Penulisan matematis dari asumsi kedua ini adalah: $\epsilon \sim N(0, \sigma^2)$, ϵ merupakan lambang untuk *error*. Sedangkan $\sim$ adalah lambang matematis untuk kalimat “menyebar mengikuti distribusi” dan notasi $N(0, \sigma^2)$ menyatakan distribusi/sebaran normal dengan rata-rata nol dan ragam σ^2 . Statistik uji yang paling sering digunakan untuk mengujibasumsi kenormalan *error* dengan menggunakan data residual adalah *Kolmogorov-Smirnov normality test*. *Kolmogorov-Smirnov test* bekerja dengan cara membandingkan 2 buah distribusi/sebaran data, yaitu distribusi yang dihipotesiskan dan distribusi yang teramati. Distribusi yang dihipotesiskan dalam kasus ini adalah distribusi normal. Sedangkan distribusi yang teramati adalah distribusi yang dimiliki oleh data yang sedang kita uji. Apabila distribusi yang teramati mirip dengan distribusi yang dihipotesiskan (distribusi normal), maka kita bisa menyimpulkan bahwa data yang kita amati memiliki distribusi/sebaran normal.

Selain dengan statistik uji, pemeriksaan kenormalan residual dapat pula dilakukan dengan QQ-Plot.

Contoh grafik QQ-Plot dimana data yang diplotkan menyebar normal adalah sebagai berikut:



Gambar 2.2. Grafik QQ-Plot

Ciri-ciri dari data yang menyebar normal bila diplotkan dengan QQ-Plot adalah bahwa titik-titik data tersebut tersebar di sekitar garis lurus.

3. Ragam dari *error* bersifat homogen (*homoskedastic*).

Maksud dari ragam bersifat homogen adalah bahwa *error* memiliki nilai ragam yang sama antara *error* ke-*i* dan *error* ke-*j*. Secara matematis ditulis $\sigma^2 e_i = \sigma^2 e_j = \sigma^2 e$ dimana $i, j = 1, \dots, n$; dan n = banyaknya pengamatan. Bagaimanapun juga, *error* sebenarnya berupa data. Hanya saja, sangat sulit atau bahkan tidak mungkin untuk mengetahui nilainya secara pasti. Oleh karena itu, diperlukan suatu penduga dari data *error*. Data penduga yang paling tepat adalah data residual. Setiap nilai dari data residual diharapkan memiliki nilai ragam yang mirip. Apabila *error* memiliki ragam yang homogen, demikian juga seharusnya dengan residualnya.

4. *Error* tidak mengalami autokorelasi

Adanya autokorelasi pada *error* mengindikasikan bahwa ada satu atau beberapa faktor (variabel) penting yang mempengaruhi variabel terikat *Y* yang tidak dimasukkan ke dalam model regresi. Autokorelasi sering pula muncul pada kasus dimana data yang digunakan memasukkan unsur waktu (data *time-series*). Statistik uji yang sering dipakai adalah Durbin-Watson *statistics*. (DW-*statistics*).

5. Tidak terjadi multikolinieritas antar variabel bebas *X*.

Asumsi ini hanya tepat untuk kasus regresi linier berganda. Multikolinieritas berarti bahwa terjadi korelasi linier yang erat antar variabel bebas. Tentu saja, cara mengujinya bukan dengan mengkorelasikan variabel bebas yang satu dengan variabel bebas yang lain, walaupun cara ini mungkin saja dilakukan, namun dirasa kurang “*powerful*”. Hal ini disebabkan karena walaupun terdapat variabel yang mengalami multikolinieritas, kadang-kadang teknik korelasi tersebut tidak dapat mendeteksinya. Statistik uji yang tepat adalah dengan *Variance Inflation Factor (VIF)*. Nilai *VIF* yang lebih besar dari 10 mengindikasikan adanya multikolinieritas yang serius.

Apabila asumsi-asumsi di atas terpenuhi, maka model regresi linier yang diperoleh bersifat *BLUE (Best Linear Unbiased Estimator)*.

2.2.2. Sifat Penaksir *Ordinary Least Square*

Di samping anggapan bahwa galat E_i dalam model :

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + e_i$$

Merupakan peubah acak dengan rata-rata nol, misalkan selanjutnya bahwa E_i berdistribusi normal dengan variansi σ^2 dan bahwa $E_1, E_2, \dots, E_n$ saling bebas dari suatu pengamatan ke pengamatan berikutnya dalam percobaan. Dengan anggapan mengenai E_i ini, maka kita dapat mencari rata-rata dan variansi untuk menaksir α dan β .

Perlu diingat bahwa nilai a dan b hanyalah taksiran untuk parameter sebenarnya α dan β yang didasarkan pada sampel sebesar n pengamatan. Bila percobaan dikerjakan berkali-kali, tiap kali menggunakan x yang sama, maka taksiran α dan β yang diperoleh kemungkinan besar akan berbeda. Taksiran untuk α dan β yang berbeda ini dapat dipandang sebagai nilai dari peubah acak A dan B .

Karena nilai x tidak berubah maka nilai A dan B bergantung pada perubahan nilai y , atau lebih tepat lagi pada nilai peubah acak $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$. Anggapan distribusi mengenai E_i mengakibatkan bahwa juga $Y_i, i = 1, 2, \dots, n$, saling bebas masing-masing dengan rata-rata $\mu_{Y|X_i} = \alpha + \beta x_i$ dan variansi σ^2 yang sama yakni, $\sigma^2_{Y|X_i} = \sigma^2$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$ (Walpole, 1995).

2.2.3. Perhitungan Taksiran Simpangan Baku Penaksir Koefisien Regresi

Menurut (Wiwik, 2007), simpangan baku penaksir koefisien regresi adalah akar variansi penaksir koefisien regresi, sehingga taksiran simpangan baku merupakan akar taksiran variansi. Berikut ini adalah penurunan variansi b_1

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - \bar{Y} \sum_{i=1}^n X_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - \bar{X} \sum_{i=1}^n X_i} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n \bar{X} \bar{Y}}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n \bar{X}^2} = \frac{S_{XY}}{S_{XX}}$$

Formula b_1 terdiri dari variabel *fixed* yaitu X dan variabel random, yaitu Y, sedangkan yang mempunyai variansi hanyalah variabel random. Untuk itu formula b_1 diupayakan agar antara X dan Y jelas dan mudah bentuk hubungannya, dan yang akan diolah hanyalah pembilang, karena pembilanglah yang memuat Y.

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^n X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y} &= \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) \\
 &= \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})Y_i - \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})\bar{Y} \\
 &= \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})Y_i - \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})\bar{Y} \\
 &= \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})Y_i \\
 &= (X_1 - \bar{X})Y_1 + (X_2 - \bar{X})Y_2 + \dots + (X_n - \bar{X})Y_n
 \end{aligned}$$

Formula variansi b_1 menjadi sebagai berikut :

$$\text{var} \left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2} \right) = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2 \right)^2} \text{var} \left(\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y} \right)$$

$$\begin{aligned}
 \text{var} \left(\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y} \right) &= \text{var} (X_1 - \bar{X})Y_1 + (X_2 - \bar{X})Y_2 + \dots + (X_n - \bar{X})Y_n \\
 &= (X_1 - \bar{X})^2 \text{var} (Y_1) + (X_2 - \bar{X})^2 \text{var} (Y_2) + \dots + (X_n - \bar{X})^2 \text{var} (Y_n) \\
 &= (X_1 - \bar{X})^2 \sigma^2 + (X_2 - \bar{X})^2 \sigma^2 + \dots + (X_n - \bar{X})^2 \sigma^2 \\
 &= \sigma^2 \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2
 \end{aligned}$$

$$\text{var} \left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n \bar{X} \bar{Y}}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n \bar{X}^2} \right) = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^n X_i^2 - n \bar{X}^2 \right)^2} \sigma^2 \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

$$\begin{aligned} \text{var} \left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n \bar{X} \bar{Y}}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n \bar{X}^2} \right) &= \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \right)^2} \sigma^2 \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \\ &= \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \end{aligned}$$

$$\text{var}(b_1) = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} ; \text{bila } \sigma^2 \text{ tidak diketahui, maka menjadi: } \hat{\text{var}}(b_1) = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} = \frac{s^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

Penaksir simpangan baku (b_1) =

$$\left(\frac{s}{\left(\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \right)^{1/2}} \right)$$

$s^2 = \text{jumlah kuadrat erro}/n-2$

$$\text{Penaksir simpangan baku } (b_0) = \left(\frac{s^2 \sum_{i=1}^n X_i^2}{n \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \right)^{1/2}$$

2.2.4. Penaksir Nilai Respon

Setelah didapatkan penaksir koefisien regresi, yaitu b_0 dan b_1 , maka dapat dihitung penaksir respon, yaitu $\hat{Y}$ sebagai berikut :

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X \text{ (model umum) atau } \hat{Y}_i = b_0 + b_1 X_i \text{ (model setiap pengamatan).}$$

Apabila diketahui atau ditentukan nilai variabel bebas sebesar X_0 , maka didapatkan penaksir atau dugaan nilai respon, $\hat{Y}_0$ sebesar : $\hat{Y}_i = b_0 + b_1 X_i$.

Selanjutnya dihitung $\text{var}(\hat{Y}_0)$,

$$\begin{aligned} \text{var}(\hat{Y}_0) &= \text{var}(b_0 + b_1 X_0) = \text{var}(\bar{Y} - b_1 \bar{X} + b_1 X_0) = \text{var}(\bar{Y} + b_1 (X_0 - \bar{X})) \\ &= \text{var}(\bar{Y}) + \text{var}(b_1 (X_0 - \bar{X})) + 2 \text{cov}(\bar{Y}, b_1 (X_0 - \bar{X})) \\ \text{cov}(\bar{Y}, b_1 (X_0 - \bar{X})) &= \text{cov}(\bar{Y}, (X_0 - \bar{X})b_1) = \text{cov}\left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} Y_i, \frac{(X_0 - \bar{X}) \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) Y_i}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}\right) \\ &= \sigma^2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{(X_0 - \bar{X}) \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}\right) \\ &= 0, \quad \text{karena } \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) = 0 \end{aligned}$$

$$\text{var}(\hat{Y}_0) = \text{var}(\bar{Y}) + \text{var}(b_1 (X_0 - \bar{X})) + 0 =$$

$$\frac{\sigma^2}{n} + (X_0 - \bar{X})^2 \text{var}(b_1) = \frac{\sigma^2}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2 \sigma^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

$$\text{Penduga } \text{var}(\hat{Y}_0) = \frac{s^2}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2 s^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} = s^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \right)$$

$$\text{Penduga simpangan baku } \hat{Y}_0 = s \left(\frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \right)^{1/2}$$

2.2.5. Estimasi Parameter dan Model

Model regresi linier sederhana dinyatakan dengan persamaan :

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon, \text{ model umum}$$

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i, \text{ model setiap pengamatan}$$

Model dugaan dinyatakan oleh :

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X \text{ atau } \hat{Y} = b_0 + b_1 X, \text{ model umum}$$

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i \text{ atau } \hat{Y}_i = b_0 + b_1 X_i, \text{ model setiap pengamatan}$$

Didapatkan *error*, yaitu ε atau ε_i sebagai berikut :

$$\varepsilon = Y - \hat{Y} = Y - b_0 - b_1 X$$

atau :

$$\varepsilon_i = Y_i - \hat{Y}_i = Y_i - b_0 - b_1 X_i$$

Menurut (Wiwik, 2007), metode *Ordinary Least Square* bertujuan mendapatkan penaksir koefisien regresi, yaitu b_0 dan b_1 , yang menjadikan jumlah kuadrat *error*, yaitu $\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2$ sekecil mungkin. Prosedur metode kuadrat terkecil adalah sebagai berikut :

1. Membentuk $\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2$ sebagai fungsi b_0 dan b_1 , $S = f(b_0, b_1) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2$

$$= \sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_1 X_i)^2$$

2. Mendiferensialkan S terhadap b_0 dan b_1 , kemudian hasil diferensialnya,

yaitu $\frac{\partial S}{\partial b_0}$ dan $\frac{\partial S}{\partial b_1}$ disamakan dengan 0.

$$\frac{\partial S}{\partial b_0} = \sum_{i=1}^n 2(Y_i - b_0 - b_1 X_i)(-1) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_1 X_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i - \sum_{i=1}^n b_0 - \sum_{i=1}^n b_1 X_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i - n b_0 - b_1 \sum_{i=1}^n X_i = 0$$

$$n b_0 + b_1 \sum_{i=1}^n X_i = \sum_{i=1}^n Y_i \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial S}{\partial b_1} = \sum_{i=1}^n 2(Y_i - b_0 - b_1 X_i)(-X_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_1 X_i)(X_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i X_i - \sum_{i=1}^n b_0 X_i - \sum_{i=1}^n b_1 X_i^2 = 0$$

$$\sum_{i=1}^n X_i Y_i - b_0 \sum_{i=1}^n X_i - b_1 \sum_{i=1}^n X_i^2 = 0$$

$$b_0 \sum_{i=1}^n X_i + b_1 \sum_{i=1}^n X_i^2 = \sum_{i=1}^n X_i Y_i \dots\dots\dots (2)$$

Persamaan (1) dan (2) dinamai persamaan normal.

3. Menghitung b_0 dan b_1 berdasarkan dua persamaan yang terbentuk. Dari persamaan (1) didapatkan formula b_0 ,

$$n b_0 + b_1 \sum_{i=1}^n X_i = \sum_{i=1}^n Y_i$$

$$b_0 = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n Y_i - b_1 \sum_{i=1}^n X_i \right) = \bar{Y} - b_1 \bar{X}$$

Formula b_0 ini kemudian disubstitusikan ke persamaan (2),

$$b_0 \sum_{i=1}^n X_i + b_1 \sum_{i=1}^n X_i^2 = \sum_{i=1}^n X_i Y_i$$

$$\bar{Y} - b_1 \bar{X} \sum_{i=1}^n X_i + b_1 \sum_{i=1}^n X_i^2 = \sum_{i=1}^n X_i Y_i$$

$$\bar{Y} \sum_{i=1}^n X_i - b_1 \bar{X} \sum_{i=1}^n X_i + b_1 \sum_{i=1}^n X_i^2 = \sum_{i=1}^n X_i Y_i$$

$$b_1 \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 - \bar{X} \sum_{i=1}^n X_i \right) = \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \bar{Y} \sum_{i=1}^n X_i$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - \bar{Y} \sum_{i=1}^n X_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - \bar{X} \sum_{i=1}^n X_i} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n \bar{X} \bar{Y}}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n \bar{X}^2} = \frac{S_{XY}}{S_{XX}}$$

Model regresi linier berganda dinyatakan dengan persamaan berikut :

$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i$, dengan model dugaan sbb,

$$\hat{Y}_i = b_0 + b_1 X_{1i} + \dots + b_k X_{ki}$$

Langkah perhitungan penaksir koefisien regresi :

$$1. S = f(b_0, b_1) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_1 X_{1i} - \dots - b_k X_{ki})^2,$$

2. Kemudian dideferensialkan terhadap $b_0, b_1, \dots, b_k$, dan hasilnya disamakan

$$\text{dengan nol, } \frac{\partial S}{\partial b_0} = 0, \frac{\partial S}{\partial b_1} = 0, \dots, \frac{\partial S}{\partial b_k} = 0,$$

Persamaan normal menjadi :

$$nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^n X_{1i} + \dots + b_k \sum_{i=1}^n X_{ki} = \sum_{i=1}^n Y_i$$

$$b_0 \sum_{i=1}^n X_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 + b_2 \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{2i} + \dots + b_k \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{ki} = \sum_{i=1}^n X_{1i} Y_i$$

.

.

$$b_0 \sum_{i=1}^n X_{ki} + b_1 \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{ki} + b_2 \sum_{i=1}^n X_{2i} X_{ki} + \dots + b_k \sum_{i=1}^n X_{ki}^2 = \sum_{i=1}^n X_{ki} Y_i$$

3. Untuk mempermudah menghitung penaksir koefisien regresi maka persamaan normal diubah ke bentuk matrik,

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_{1i} & \cdots & \sum_{i=1}^n X_{ki} \\ \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 & \cdots & \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{ki} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n X_{ki} & \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{ki} & \cdots & \sum_{i=1}^n X_{ki}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n Y_i \\ \sum_{i=1}^n X_{1i} Y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n X_{ki} Y_i \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{(k+1) \times (k+1)} \cdot \mathbf{b}_{(k+1) \times 1} = \mathbf{g}_{(k+1) \times 1}$$

Pada satu matrik dan dua vektor di atas, masing-masing dinamai : matrik **A** (berukuran $(k+1) \times (k+1)$), vektor **b** (berukuran $(k+1) \times 1$), dan vektor **g** (juga berukuran $(k+1) \times 1$), sehingga persamaan normal menjadi:

$\mathbf{A} \mathbf{b} = \mathbf{g}$, dan didapatkan penaksir koefisien regresi, yaitu **b** :

$\mathbf{b} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{g}$ dengan $\mathbf{b} = (b_0, b_1, \dots, b_k)^T$ dan $\mathbf{A}^{-1}$ merupakan invers dari matrik **A**.

2.3. Metode *Least Absolute Deviation* (*LAD*)

2.3.1. Pengertian *Least Absolute Deviation* (*LAD*)

Least Absolute Deviation (*LAD*) atau juga disebut norma l_1 adalah suatu metode yang sama dengan *Ordinary Least Square* (*OLS*) yang mencoba untuk menemukan fungsi yang sangat erat untuk mendekati suatu set data. Dalam kasus sederhana dari sebuah set data (x,y) , fungsi aproksimasi adalah "*trend line*" sederhana dalam dua dimensi koordinat Cartesian. Metode

ini meminimalkan jumlah kesalahan absolut (penjumlahan nilai absolut dari "residu" vertikal antara titik-titik yang dihasilkan oleh fungsi dan titik yang sesuai dalam data).

Misalkan suatu set data terdiri dari titik (x_i, y_i) dengan $i = 1, 2, \dots, n$. Kemudian ingin menemukan fungsi f , $f(x_i) \approx y_i$. Untuk mencapai tujuan ini, kita menganggap bahwa fungsi f adalah suatu bentuk tertentu yang mengandung beberapa parameter yang perlu ditentukan. Misalnya, bentuk yang paling sederhana akan linear: $f(x) = bx + c$, di mana b dan c parameter yang nilainya tidak diketahui tetapi yang ingin ditaksir jumlahnya. Lebih sederhana, dianggap bahwa $f(x)$ adalah fungsi kuadrat, yang berarti bahwa $f(x) = ax^2 + bx + c$, dimana a, b dan c belum diketahui.

Untuk mencari nilai-nilai estimasi parameter yang tidak diketahui dapat dilakukan dengan meminimalkan jumlah nilai absolut dari residual (G atau S), yaitu:

$$S = \sum_{i=1}^n |y_i - f(x_i)|. \quad \text{atau}$$

$$G(a^*, b^*) = \min_{(a,b) \in \mathbb{R}^2} G(a, b), \quad G(a, b) = \sum_{i=1}^m \omega_i |y_i - ax_i - b|.$$

Untuk dua peubah bebas dapat dirumuskan :

$$G(a^*, b^*, c) = \sum_{i=1}^m |z_i - a^*x_i - b^*y_i - c|$$

(Kuzmanovic, 2009)

Masalah menentukan parameter yang optimal dari pendekatan garis regresi , dalam rangka untuk melewati grafik sebagai sedekat mungkin (dalam arti tertentu) ke poin yang diberikan, merupakan masalah lama yang telah diselesaikan dalam berbagai cara. Paling sering diasumsikan bahwa kesalahan dapat terjadi hanya dalam nilai yang terukur dari variabel independen. Dalam kasus ini, jika kita menggunakan norma l_2 yaitu metode *Ordinary Least Square (OLS)*, banyak terjadi titik liar (yang disebut "*outlier*") . Masalah semacam ini dapat diselesaikan dengan menerapkan pendekatan LAD (Kuzmanovic et al., 2009).

Jika kita menganggap bahwa kesalahan dapat terjadi pada nilai-nilai yang diukur dari keduanya, yaitu variabel tergantung dan variabel independen), dan kemudian secara umum norma l_p yang digunakan, hal itu disebut *Total-Least- p (TL p)* (Kuzmanovic, 2009).

2.3.2. Sifat *Least Absolute Deviation (LAD)*

Berikut ini adalah tabel beberapa sifat kontras dari metode *Least Absolute Deviation (LAD)* dengan metode *Ordinary Least Square (OLS)* untuk masalah non-singular. Yaitu mengenai ketahanan terhadap *outlier*, kestabilan solusi, dan solusi yang dihasilkan, dapat dijelaskan pada Tabel 2.1 sebagai berikut :

Tabel 2.1. Perbandingan Sifat OLS dengan LAD

No	Pembanding	Regresi OLS	Regresi LAD
1	Ketahanan terhadap <i>outlier</i>	Tidak kuat	Kuat
2	Kestabilan solusi	Solusi stabil	Solusi stabil
3	Solusi yang dihasilkan	Selalu satu solusi	Mungkin beberapa solusi

Sumber : (Wikipedia, 2011)

Least Absolute Deviation (LAD) setidaknya kuat dalam hal tahan terhadap *outlier* dalam data. Hal ini akan membantu dalam studi di mana *outlier* dapat aman dan efektif jika diabaikan. Jika penting untuk memperhatikan *outlier* setiap dan semua titik data, metode kuadrat terkecil adalah pilihan yang lebih baik.

Sifat ketidakstabilan metode *Least Absolute Deviation (LAD)* setidaknya berarti bahwa, untuk penyesuaian horisontal dari datum kecil, garis regresi dapat melompat dalam jumlah besar. Metode ini memiliki solusi yang berkelanjutan untuk beberapa konfigurasi data, namun dengan menggerakkan datum jumlah kecil, garis regresi dapat melompat ke konfigurasi yang memiliki beberapa daerah solusi. Setelah melewati daerah solusi ini, garis absolut deviasi sedikit memiliki kemiringan yang mungkin sangat berbeda dari baris sebelumnya. Sebaliknya, solusi kuadrat terkecil stabil dalam hal itu, untuk setiap penyesuaian kecil dari

sebuah titik data, garis regresi akan selalu bergerak hanya sedikit, yaitu parameter regresi fungsi-fungsi kontinu dari data.

Terakhir, untuk satu set data yang diberikan, metode *Least Absolute Deviation (LAD)* setidaknya dapat menghasilkan beberapa solusi, sedangkan metode kuadrat terkecil selalu menghasilkan hanya satu solusi (garis regresi unik).

Ada ada sifat unik lainnya dari garis *Least Absolute Deviation (LAD)* . Dalam kasus satu set data (x, y) , garis penyimpangan paling mutlak akan selalu melewati setidaknya dua titik data, kecuali ada beberapa solusi. Jika ada beberapa solusi, maka solusi yang valid wilayah penyimpangan paling absolut akan dibatasi oleh setidaknya dua baris, masing-masing melewati setidaknya dua titik data. Lebih umum, jika ada k regressors (termasuk konstan), maka setidaknya satu permukaan regresi yang optimal akan melewati k dari titik data.

Untuk memahami sifat "ketidakstabilan" , yaitu jika baris selalu terkait untuk setidaknya dua titik, maka garis akan melompat antara set yang berbeda dari titik data yang diubah. Untuk memahami "kekokohan", yaitu jika ada outlier, dan garis penyimpangan mutlak setidaknya harus lompat ke dua titik data, outlier kemungkinan besar tidak akan terdapat pada salah satu dari dua poin data tersebut karena tidak akan meminimalkan jumlah penyimpangan mutlak dalam kebanyakan kasus.

Meskipun *Least Absolute Deviation (LAD)* sama seperti regresi kuadrat terkecil, garis *Least Absolute Deviation (LAD)* tidak sesederhana dalam menghitungnya. Tidak seperti regresi kuadrat terkecil, setidaknya regresi *Least*

Absolute Deviation (LAD) tidak memiliki metode pemecahan analitis. Oleh karena itu, pendekatan iteratif diperlukan. Berikut ini adalah penghitungan dari beberapa metode *Least Absolute Deviation (LAD)* :

1. Metode berbasis *simplex* (seperti algoritma *Barrodale-Roberts*)
2. Iteratif kuadrat terkecil tertimbang
3. Metode *Wesolowsky*
4. Pendekatan kemungkinan maksimum *Li-Arce*
5. Periksa semua kombinasi baris *point-to-point* untuk jumlah kesalahan minimum

Metode berbasis *simplex* adalah cara yang "disukai" untuk memecahkan masalah penyimpangan/kesalahan paling mutlak. Sebuah metode *Simplex* adalah metode untuk memecahkan masalah dalam pemrograman linier. Algoritma yang paling populer adalah algoritma *Barrodale-Roberts* dengan dimodifikasi metode *Simplex*.

2.3.3. Estimasi Parameter *Least Absolute Deviation (LAD)*

Menurut (Kuzmanovic et al., 2009), dalam makalah penelitiannya yang berjudul *The Best Least Absolute Deviation Linear Regression : Properties and Two Efficient Methods*, mengemukakan bahwa terdapat dua metode yang efisien untuk mengestimasi parameter yaitu metode dua titik dan metode tiga titik. Penjelasan dari metode dua titik dan metode tiga titik, antara lain sebagai berikut :

1. Metode dua titik adalah metode LAD yang melibatkan satu peubah bebas (variabel X), apabila dalam ruang dimensi dua dapat diibaratkan sebagai sebuah lingkaran.
2. Metode tiga titik adalah metode LAD yang melibatkan dua peubah bebas (variabel X), apabila dalam ruang dimensi tiga dapat diibaratkan sebagai sebuah bola.

2.3.4. Metode Dua Titik

Misalkan terdapat suatu set data $\Lambda = \{T_i(x_i, y_i), i \in I\}$, $I = \{1, 2, \dots, m\}$, dengan bobot $\omega_i > 0$, dan $m \geq 2$. Dengan x_i adalah variabel X dan y_i adalah variabel Y.

Untuk mencari estimasi parameternya, langkah – langkah penyelesaiannya antara lain :

1. Data y_i diurutkan dari nilai minimum ke maksimum:

$$y_i \min_{i \in I} < y_i \max_{i \in I}$$

2. Hitung nilai dari ω , x_p , dan y_p

$$\omega = \sum_{i=1}^m \omega_i$$

$$x_p = \frac{1}{\omega} \sum_{i=1}^m \omega_i x_i$$

$$y_p = \frac{1}{\omega} \sum_{i=1}^m \omega_i y_i$$

3. Berdasarkan nilai x_p dan y_p tersebut, ditentukan titik pusat dari data yaitu T_p

(x_p, y_p) , diasumsikan bahwa

$$I_0 = \{i \in I : x_i = x_p\}$$

4. Selanjutnya dipilih titik pertama secara acak, lalu dicari fungsi liniernya dengan cara mencari a_1 dan b_1 , yaitu :

Titik pertama yang dipilih tadi sebagai $T_{i1} (x_{i1}, y_{i1}) \in \Lambda$, $x_{i1} \neq x_p$ dimana

dapat kita hitung $a_1 = \frac{y_p - y_{i1}}{x_p - x_{i1}}$, dan

$$b_1 = -a_1 x_p + y_p$$

Fungsi liniernya dapat dicari dengan :

$$f_1(x; a) = a_1(x - x_p) + y_p$$

dan hitung $G_1 = \sum_{i=1}^m \omega_i |y_i - a_1 x_i - b_1|$

5. Selanjutnya dipilih titik baru yaitu sebagai $T_{i2} (x_{i2}, y_{i2}) \in \Lambda$ dengan asumsi : $I_0 = \{i \in I : x_i = x_{i1}\}$, $x_{i2} \neq x_{i1}$, kemudian hitung :

$$a_2 = \frac{y_{i1} - y_{i2}}{x_{i1} - x_{i2}} \quad \text{dan} \quad b_2 = -a_2 x_{i1} + y_{i1}$$

Fungsi liniernya dapat dicari dengan :

$$f_2(x; a) = a_2(x - x_{i1}) + y_{i1}$$

dan hitung $G_2 = \sum_{i=1}^m \omega_i |y_i - a_2 x_i - b_2|$

6. Jika $G_2 > G_1$, diasumsikan $\{i_1 = i_2, G_1 = G_2\}$ dan ulangi langkah ke-5, jika tidak, STOP.
7. Bandingkan G_2 dengan G_1 , apabila $G_2 < G_1$, maka garis LAD sudah optimal dimana setidaknya sudah melewati dua titik data yang berbeda dalam set data Λ .
8. Untuk mencari parameter yang optimal, hitung semua nilai G_i kemudian kita bandingkan dengan nilai G_1 , cari nilai yang lebih kecil dari ($G_i \leq G_1$),

kemudian nilai G_i yang paling terkecil merupakan fungsi linier yang parameternya paling optimal (untuk satu kali random).

9. Untuk mendapatkan hasil estimasi parameter yang lebih optimal atau mendekati nilai sebenarnya, lakukan perulangan langkah-langkah sebelumnya sebanyak B kali.

2.3.5. Metode Tiga Titik

Misalkan terdapat suatu set data $\Lambda = \{ T_i(x_i, y_i, z_i) \in R^3 : i \in I \}$, dengan $I = \{1, 2, \dots, m\}$, dan $m \geq 3$. Dengan x_i adalah variabel X_1 , y_i adalah variabel X_2 , dan z_i adalah variabel Y .

Untuk mencari estimasi parameternya, langkah – langkah penyelesaiannya antara lain :

1. Data y_i diurutkan dari nilai minimum ke maksimum:

$$y_i \min_{i \in I} < y_i \max_{i \in I}$$

2. Hitung nilai dari x_p , y_p , dan z_p

$$x_p = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i$$

$$y_p = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_i$$

$$z_p = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m z_i$$

3. Berdasarkan nilai x_p , y_p , dan z_p tersebut, ditentukan titik pusat dari data yaitu

$$T_p(x_p, y_p, z_p), \text{ diasumsikan bahwa } I_0 = \{i \in I : y_{i1} \neq y_p\}$$

4. Selanjutnya dipilih dua titik pertama yang kita anggap sebagai

$$T_{i1}(x_{i1}, y_{i1}, z_{i1}) \text{ dan } T_{i2}(x_{i2}, y_{i2}, z_{i2}), \text{ lalu hitung :}$$

$$a_1 = \frac{z_{i2} - z_p - \frac{z_{i1} - z_p}{y_{i1} - y_p} (y_{i2} - y_p)}{x_{i2} - x_p - \frac{x_{i1} - x_p}{y_{i1} - y_p} (y_{i2} - y_p)} \quad \text{dan}$$

$$b_1 = \frac{z_{i2} - z_p}{y_{i2} - y_p} - a_1 \frac{x_{i2} - x_p}{y_{i2} - y_p}$$

$$c_1 = z_p - a_1 x_p - b_1 y_p$$

Fungsi liniernya dapat dicari dengan :

$$f_1(x; a) = a_1(x - x_p) + b_1(y - y_p) + z_p$$

$$\text{dan hitung } G_1 = G(a_1, b_1, c_1) = \sum_{i=1}^m |z_i - a_1 x_i - b_1 y_i - c_1|$$

5. Selanjutnya dipilih satu titik baru yang dianggap sebagai

$T_{i3} (x_{i3}, y_{i3}, z_{i3})$, dengan asumsi $I' = I \setminus \{i_0\}$ dan $I_0 = \{i \in I' : y_{i1} = y_p\}$, lalu

hitung:

$$a_2 = \frac{z_{i3} - z_{i1} - \frac{z_{i2} - z_{i1}}{y_{i2} - y_{i1}} (y_{i3} - y_{i1})}{x_{i3} - x_{i1} - \frac{x_{i2} - x_{i1}}{y_{i2} - y_{i1}} (y_{i3} - y_{i1})} \quad \text{dan}$$

$$b_2 = \frac{z_{i3} - z_{i1}}{y_{i3} - y_{i1}} - a_2 \frac{x_{i3} - x_{i1}}{y_{i3} - y_{i1}}$$

$$c_2 = z_{i1} - a_2 x_{i1} - b_2 y_{i1}$$

Fungsi liniernya dapat dicari dengan :

$$f_2(x; a) = a_2(x - x_{i1}) + b_2(y - y_{i1}) + z_{i1}$$

$$\text{dan hitung } G_2 = G(a_2, b_2, c_2) = \sum_{i=1}^m |z_i - a_2 x_i - b_2 y_i - c_2|$$

6. Selanjutnya dipilih satu titik baru lagi yang dianggap sebagai

$T_{i4} (x_{i4}, y_{i4}, z_{i4})$, dengan asumsi $I' = I \setminus \{i_0, i_1\}$ dan

$$I_0 = \{i \in I' : (x_{i1} - x_p) - \frac{x_{i3} - x_p}{y_{i3} - y_p} (y_{i1} - y_p) = 0\}, \text{ lalu hitung :}$$

$$a_3 = \frac{z_{i4} - z_{i2} - \frac{z_{i3} - z_{i2}}{y_{i3} - y_{i2}} (y_{i4} - y_{i2})}{x_{i4} - x_{i2} - \frac{x_{i3} - x_{i2}}{y_{i3} - y_{i2}} (y_{i4} - y_{i2})} \quad \text{dan}$$

$$b_3 = \frac{z_{i4} - z_{i2}}{y_{i4} - y_{i2}} - a_3 \frac{x_{i4} - x_{i2}}{y_{i4} - y_{i2}}$$

$$c_3 = z_{i2} - a_3 x_{i2} - b_3 y_{i2}$$

Fungsi liniernya dapat dicari dengan :

$$f_3(x; a) = a_3(x - x_{i2}) + b_3(y - y_{i2}) + z_{i2}$$

$$\text{dan hitung } G_3 = G(a_3, b_3, c_3) = \sum_{i=1}^m |z_i - a_3 x_i - b_3 y_i - c_3|$$

7. Selanjutnya dipilih satu titik baru lagi yang dianggap sebagai

$T_{i5}(x_{i5}, y_{i5}, z_{i5})$, dengan asumsi $I_1 = \{i \in I \setminus \{i_2\} : y_{i1} \neq y_{i2} \text{ \& } x_{i1} - x_{i3} - (y_{i1} - y_{i3}) \frac{x_{i4} - x_{i3}}{y_{i4} - y_{i3}} \neq 0\}$ lalu hitung :

$$a_4 = \frac{z_{i5} - z_{i3} - \frac{z_{i4} - z_{i3}}{y_{i4} - y_{i3}} (y_{i5} - y_{i3})}{x_{i5} - x_{i3} - \frac{x_{i4} - x_{i3}}{y_{i4} - y_{i3}} (y_{i5} - y_{i3})} \quad \text{dan}$$

$$b_4 = \frac{z_{i5} - z_{i3}}{y_{i5} - y_{i3}} - a_4 \frac{x_{i5} - x_{i3}}{y_{i5} - y_{i3}}$$

$$c_4 = z_{i3} - a_4 x_{i3} - b_4 y_{i3}$$

Fungsi liniernya dapat dicari dengan :

$$f_4(x; a) = a_4(x - x_{i3}) + b_4(y - y_{i3}) + z_{i3}$$

$$\text{dan hitung } G_4 = G(a_4, b_4, c_4) = \sum_{i=1}^m |z_i - a_4 x_i - b_4 y_i - c_4|$$

8. Demikian juga untuk penghitungan G_5 dan seterusnya

9. Bandingkan nilai G , apabila $G_5 < G_4$, diasumsikan $G_4 = G_5$; $a_4 = a_5$; $b_4 = b_5$

dan apabila $G_4 < G_3$ asumsikan $G_3 = G_4$; $T_{i3} = T_{i4}$ lalu kembali ke langkah

7, jika tidak, maka STOP.

10. Bandingkan nilai G_i , apabila $G_3 < G_2 < G_1$ maka, garis LAD sudah optimal dimana setidaknya sudah melewati tiga titik data yang berbeda dalam set data Λ .
11. Untuk mencari parameter yang optimal, hitung semua nilai G_i kemudian kita bandingkan dengan nilai G_1 ($G_i \leq G_1$), nilai G_i yang terkecil merupakan fungsi linier yang parameternya paling optimal (untuk satu kali random).
12. Untuk mendapatkan hasil estimasi parameter yang lebih optimal atau mendekati nilai sebenarnya, lakukan perulangan langkah-langkah sebelumnya sebanyak B kali.

2.4. Indeks Pembangunan Manusia (IPM)

2.4.1. Pengertian Indeks Pembangunan Manusia (IPM)

Dewasa ini, pemikiran tentang pembangunan (paradigma) telah mengalami pergeseran, yaitu dari pembangunan yang berorientasi pada produksi (*production centered development*) pada dekade 60-an ke paradigma pembangunan yang lebih menekankan pada distribusi hasil-hasil pembangunan (*distribution growth development*) selama dekade 70-an. Selanjutnya pada dekade 80-an, muncul paradigma pembangunan yang berorientasi pada pemenuhan kebutuhan dasar masyarakat (*basic need development*), dan akhirnya menuju paradigma pembangunan yang terpusat pada manusia (*human centered development*) yang muncul pada tahun 1990-an (BPS, 2006).

Menurut UNDP (1990:1), pembangunan manusia adalah suatu proses untuk memperbesar pilihan-pilihan bagi manusia (*"a process of enlarging people's*

choices”). Dari definisi ini dapat ditarik kesimpulan bahwa fokus pembangunan suatu negara adalah penduduk karena penduduk adalah kekayaan nyata suatu negara. Konsep atau definisi pembangunan manusia tersebut pada dasarnya mencakup dimensi pembangunan yang sangat luas. Definisi ini lebih luas dari definisi pembangunan yang hanya menekankan pada pertumbuhan ekonomi. Dalam konsep pembangunan manusia, pembangunan seharusnya dianalisis serta dipahami dari sudut manusianya, bukan hanya dari pertumbuhan ekonominya. Sebagaimana dikutip dari UNDP (1995:118), sejumlah premis penting dalam pembangunan manusia diantaranya adalah: Pembangunan harus mengutamakan penduduk sebagai pusat perhatian; Pembangunan dimaksudkan untuk memperbesar pilihan-pilihan bagi penduduk, tidak hanya untuk meningkatkan pendapatan mereka; oleh karena itu, konsep pembangunan manusia harus terpusat pada penduduk secara keseluruhan, dan bukan hanya pada aspek ekonomi saja; Pembangunan manusia memperhatikan bukan hanya pada upaya meningkatkan kemampuan (kapabilitas) manusia tetapi juga pada upaya-upaya memanfaatkan kemampuan manusia tersebut secara optimal.

Menurut UNDP (1995), paradigma pembangunan manusia terdiri dari 4 (empat) komponen utama, yaitu : (1) Produktifitas, masyarakat harus dapat meningkatkan produktifitas mereka dan berpartisipasi secara penuh dalam proses memperoleh penghasilan dan pekerjaan berupah. Oleh karena itu, pertumbuhan ekonomi adalah salah satu bagian dari jenis pembangunan manusia, (2) Ekuitas, masyarakat harus punya akses untuk memperoleh kesempatan yang adil. Semua hambatan terhadap peluang ekonomi dan politik harus dihapus agar masyarakat

dapat berpartisipasi di dalam dan memperoleh manfaat dari kesempatan ini,(3) Kestinambungan, akses untuk memperoleh kesempatan harus dipastikan tidak hanya untuk generasi sekarang tapi juga generasi yang akan datang. Segala bentuk permodalan fisik, manusia, lingkungan hidup, harus dilengkapi, (4) Pemberdayaan, pembangunan harus dilakukan oleh masyarakat dan bukan hanya untuk mereka. Masyarakat harus berpartisipasi penuh dalam mengambil keputusan dan proses-proses yang mempengaruhi kehidupan mereka (BPS, 2006).

Pembangunan manusia merupakan paradigma pembangunan yang menempatkan manusia (penduduk) sebagai fokus dan sasaran akhir dari seluruh kegiatan pembangunan, yaitu tercapainya penguasaan atas sumber daya (pendapatan untuk mencapai hidup layak), peningkatan derajat kesehatan (usia hidup panjang dan sehat) dan meningkatkan pendidikan (kemampuan baca tulis dan keterampilan untuk dapat berpartisipasi dalam masyarakat dan kegiatan ekonomi) (BPS, 2006).

2.4.2. Indikator Indeks Pembangunan Manusia (IPM)

Berbagai program seperti pengadaan pangan, perbaikan gizi, peningkatan kesehatan dan peningkatan kegiatan olah raga dilaksanakan dalam upaya peningkatan taraf kualitas fisik penduduk. Namun demikian seperti dikatakan Azwini, Karomo dan Prijono (1988:469), tolok ukur yang dapat digunakan untuk menentukan keberhasilan (pembangunan) dalam beberapa hal agak sulit ditentukan. Alat ukur yang sering digunakan untuk menilai kualitas hidup selama ini sebenarnya hanya mencakup kualitas fisik, tidak termasuk kualitas non fisik.

Kesulitan muncul terutama karena untuk menilai keberhasilan pembangunan non-fisik indikatornya relatif lebih abstrak dan bersifat komposit (BPS, 2006).

Salah satu pengukuran taraf kualitas fisik penduduk yang banyak digunakan adalah Indeks Mutu Hidup (IMH). Ukuran ini sebenarnya banyak mendapat kritik (Hicks and Streeten, 1979, Rat, 1982, Holidin, 1993a, dan Holidin 1993b) karena mengandung beberapa kelemahan, terutama yang menyangkut aspek statistik dari keterkaitan antar variabel yang digunakannya. Sejalan dengan makin tingginya intensitas dalam permasalahan pembangunan, kesederhanaan IMH pada akhirnya kurang mampu untuk menjawab tuntutan perkembangan pembangunan yang semakin kompleks itu. Untuk itu perlu indikator lain yang lebih representatif dengan tuntutan permasalahan. Dalam kaitan ini, indikator Indeks Pembangunan Manusia (IPM; Human Development Index) merupakan salah satu alternatif yang bisa diajukan. Indikator ini, disamping mengukur kualitas fisik; tercermin dari angka harapan hidup; juga mengukur kualitas non fisik (intelektualitas) melalui lamanya rata-rata penduduk bersekolah dan angka melek huruf; juga mempertimbangkan kemampuan ekonomi masyarakat di wilayah itu; tercermin dari nilai *purchasing power parity index* (ppp). Jadi indikator IPM terasa lebih komprehensif dibandingkan dengan IMH (BPS, 2006).

Menurut (BPS, 2006), IPM adalah suatu indikator pembangunan manusia yang diperkenalkan UNDP pada tahun 1990. Pada dasarnya IPM mencakup tiga komponen yang dianggap mendasar bagi manusia dan secara operasional mudah dihitung untuk menghasilkan suatu ukuran yang merefleksikan upaya

pembangunan manusia. Ketiga aspek tersebut berkaitan dengan peluang hidup (*longevity*), pengetahuan (*knowledge*), dan hidup layak (*decent living*), yaitu :

1. Peluang hidup dihitung berdasarkan angka harapan hidup ketika lahir. Usia hidup diukur dengan angka harapan hidup atau e_0 yang dihitung menggunakan metode tidak langsung (metode Brass, varian Trussel) berdasarkan variabel rata-rata anak lahir hidup dan rata-rata anak yang masih hidup.
2. Pengetahuan diukur berdasarkan rata-rata lama sekolah dan angka melek huruf penduduk usia 15 tahun keatas. Komponen pengetahuan diukur dengan angka melek huruf dan rata-rata lama sekolah yang dihitung berdasarkan data Suseda. Sebagai catatan, UNDP dalam publikasi tahunan *Human Development Report* (HDR). Indikator angka melek huruf diperoleh dari variabel kemampuan membaca dan menulis, sedangkan indikator rata-rata lama sekolah dihitung dengan menggunakan dua variabel secara simultan; yaitu tingkat/kelas yang sedang/pernah dijalani dan jenjang pendidikan tertinggi yang ditamatkan.
3. Hidup layak diukur dengan pengeluaran per kapita yang didasarkan pada *Purchasing Power Parity* (paritas daya beli dalam rupiah). Komponen standar hidup layak diukur dengan indikator rata-rata konsumsi riil yang telah disesuaikan. Sebagai catatan, UNDP menggunakan indikator Produk Domestik Bruto (PDB) per kapita riil yang telah disesuaikan (*adjusted real GDP per capita*) sebagai ukuran komponen tersebut karena tidak tersedia indikator lain yang lebih baik untuk keperluan perbandingan antar negara.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Jenis dan Sumber Data

Data yang digunakan adalah data sekunder yaitu data Indeks Pembangunan Manusia Propinsi Jawa Tengah tahun 2009. Data diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) Propinsi Jawa Tengah.

3.2. Definisi Operasional Variabel

Definisi operasional variabel adalah penjelasan dari pengertian teoritis mengenai variabel, sehingga dapat diamati dan diukur dengan menentukan hal-hal yang diperlukan untuk mencapai tujuan tertentu. Dalam penelitian ini variabel yang akan diteliti adalah Indeks Pembangunan Manusia.

Indeks Pembangunan Manusia yang dimaksud dalam penelitian ini adalah suatu indikator tingkat keberhasilan pembangunan yang menjadikan manusia atau penduduk sebagai fokus dan tujuan akhir dari pembangunan. Variabel – variabel yang mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia antara lain :

1. Pengeluaran riil perkapita yang disesuaikan

Pengeluaran riil perkapita dalam penelitian ini adalah pengeluaran per kapita untuk makanan dan bukan makanan. Makanan mencakup seluruh jenis makanan termasuk makanan jadi, minuman, tembakau, dan sirih. Bukan

makanan mencakup perumahan, sandang, biaya kesehatan, pendidikan dan sebagainya.

2. Angka melek huruf

Angka melek huruf dalam penelitian ini adalah proporsi penduduk usia 15 tahun ke atas yang dapat membaca dan menulis (baik huruf latin maupun huruf lainnya).

3. Angka harapan hidup

Angka harapan hidup dalam penelitian ini adalah perkiraan rata-rata lamanya hidup sejak lahir yang akan dicapai oleh sekelompok penduduk.

3.3. Metode Analisis Data

Penelitian dalam penulisan tugas akhir ini adalah penelitian yang bersifat teoritis, yang mengacu pada topik yang terdapat dalam jurnal *The Best Least Absolute Deviation Linear Regression : Properties and Two Efficient Methods*. (Kuzmanovic et al., 2009)

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui hasil estimasi parameter regresi linier dengan metode LAD yang akan dibandingkan dengan metode OLS dalam studi kasus Indeks Pembangunan Manusia Propinsi Jawa Tengah tahun 2009. Berdasarkan tujuan tersebut, digunakan metode *Least Absolute Deviation (LAD)*, dimana metode dua titik digunakan untuk mengestimasi parameter regresi dengan satu peubah bebas sedangkan metode tiga titik digunakan untuk mengestimasi parameter regresi dengan dua peubah bebas.

BAB IV

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

4.1. Data Indeks Pembangunan Manusia (IPM)

4.1.1. Satu Peubah Bebas

Data yang digunakan dalam Indeks Pembangunan Manusia (IPM) dengan satu peubah bebas, terdiri dari dua variabel yaitu :

1. Variabel Indeks Pembangunan Manusia (IPM) sebagai variabel respon (variabel dependen), yang dipengaruhi oleh variabel bebas, dilambangkan dengan variabel Y.
2. Variabel pengeluaran riil per kapita disesuaikan (dengan satuan ribu Rp) sebagai variabel bebas (variabel independen), yang mempengaruhi variabel respon, dilambangkan dengan variabel X.

Sebagaimana menurut (BPS, 2006), diketahui bahwa dalam penghitungan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) dipengaruhi oleh beberapa indikator yaitu antara lain :

1. Indikator kesehatan
2. Indikator pendidikan
3. Indikator ekonomi

Dalam indikator ekonomi tersebut, dipengaruhi oleh pengeluaran riil perkapita disesuaikan. Data mengenai IPM menurut Kabupaten/Kota di Jawa Tengah, dapat disajikan sebagai berikut:

Tabel 4.1. Indeks Pembangunan Manusia dengan Satu Peubah Bebas
Menurut Kabupaten/Kota di Jawa Tengah Tahun 2009

No	Kabupaten/Kota	Pengeluaran riil perkapita disesuaikan (Ribu Rp)	IPM
1	Kab.Cilacap	633.5	71.39
2	Kab.Banyumas	630.75	72.27
3	Kab.Purbalingga	630.44	71.51
4	Kab.Banjarnegara	632.76	69.63
5	Kab.Kebumen	632.43	70.73
6	Kab.Purworejo	633.61	71.88
7	Kab.Wonosobo	629.26	70.08
8	Kab.Magelang	633.26	71.76
9	Kab.Boyolali	629.49	70.44
10	Kab.Klaten	643.92	73.41
11	Kab.Sukoharjo	644.6	73.29
12	Kab.Wonogiri	644.24	71.04
13	Kab.Karanganyar	647.87	72.55
14	Kab.Sragen	627.15	70.27
15	Kab.Grobogan	629.42	70.6
16	Kab.Blora	637.29	70.14
17	Kab.Rembang	640.28	71.55
18	Kab.Pati	643.48	72.72
19	Kab.Kudus	635.9	72.57
20	Kab.Jepara	631.04	72.45
21	Kab.Demak	631.72	72.1
22	Kab.Semarang	633.14	73.66
23	Kab.Temanggung	633.87	73.85
24	Kab.Kendal	635.7	70.07
25	Kab.Batang	628.82	69.84
26	Kab.Pekalongan	638.79	70.83
27	Kab.Pemalang	634.26	69.02
28	Kab.Tegal	637.09	70.08
29	Kab.Brebes	633.23	67.69
30	Kota Magelang	648.06	76.37
31	Kota Surakarta	648.23	77.49
32	Kota Salatiga	644.65	76.11
33	Kota Semarang	644.63	76.9
34	Kota Pekalongan	636.28	74.01
35	Kota Tegal	648.66	73.63

Sumber : BPS Propinsi Jawa Tengah

Berdasarkan data IPM tersebut, dapat diketahui bahwa rata-rata pengeluaran riil per kapita di Propinsi Jawa Tengah pada tahun 2009 adalah sebesar 636,79 ribu rupiah. Pengeluaran per kapita tertinggi adalah Kota Tegal yaitu sebesar 648,66 ribu rupiah, sedangkan terendah adalah Kabupaten Sragen yaitu sebesar 627,15 ribu rupiah.

4.1.2. Dua Peubah Bebas

Data yang digunakan dalam Indeks Pembangunan Manusia (IPM) dengan dua peubah bebas, terdiri dari tiga variabel yaitu :

1. Variabel Indeks Pembangunan Manusia (IPM) sebagai variabel respon (variabel dependen), yang dipengaruhi oleh variabel bebas, dilambangkan dengan variabel Y.
2. Variabel angka harapan hidup (dengan satuan tahun) dan angka melek huruf (%), sebagai variabel bebas (variabel independen), yang mempengaruhi variabel respon, dilambangkan dengan variabel X_1 dan X_2 .

Sebagaimana menurut (BPS, 2006), diketahui bahwa dalam penghitungan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) dipengaruhi oleh beberapa indikator yaitu antara lain :

1. Indikator kesehatan, salah satunya dapat diukur dari angka harapan hidup (tahun).
2. Indikator pendidikan, salah satunya dapat diukur dari angka melek huruf (%).

Sehingga, dapat dikatakan bahwa angka harapan hidup dan angka melek huruf mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia.

Tabel 4.2. Indeks Pembangunan Manusia dengan Dua Peubah Bebas
Menurut Kabupaten/Kota di Jawa Tengah Tahun 2009

No	Kabupaten/Kota	Angka Harapan Hidup (tahun)	Angka Melek Huruf (%)	IPM
1	Kab.Cilacap	70.51	90.28	71.39
2	Kab.Banyumas	69.67	93.98	72.27
3	Kab.Purbalingga	69.94	93.02	71.51
4	Kab.Banjarnegara	68.88	88.43	69.63
5	Kab.Kebumen	69.26	90.4	70.73
6	Kab.Purworejo	70.27	89.78	71.88
7	Kab.Wonosobo	69.74	89.27	70.08
8	Kab.Magelang	70.07	91.35	71.76
9	Kab.Boyolali	70.3	85.97	70.44
10	Kab.Klaten	71.33	89.7	73.41
11	Kab.Sukoharjo	70.17	90.38	73.29
12	Kab.Wonogiri	72.21	82.14	71.04
13	Kab.Karanganyar	72.13	84.96	72.55
14	Kab.Sragen	72.37	82.26	70.27
15	Kab.Grobogan	69.57	90.36	70.6
16	Kab.Blora	71.2	83.19	70.14
17	Kab.Rembang	70.02	89.43	71.55
18	Kab.Pati	72.77	86.38	72.72
19	Kab.Kudus	69.57	92.48	72.57
20	Kab.Jepara	70.71	93.09	72.45
21	Kab.Demak	71.04	90.95	72.1
22	Kab.Semarang	72.4	93.62	73.66
23	Kab.Temanggung	72.43	95.94	73.85
24	Kab.Kendal	68.1	88.96	70.07
25	Kab.Batang	69.88	87.74	69.84
26	Kab.Pekalongan	68.73	90.6	70.83
27	Kab.Pemalang	67.46	87.75	69.02
28	Kab.Tegal	68.49	89.21	70.08
29	Kab.Brebes	67.37	85.21	67.69
30	Kota Magelang	70.17	97.25	76.37
31	Kota Surakarta	72.07	96.67	77.49
32	Kota Salatiga	70.92	96.5	76.11
33	Kota Semarang	72.07	96.44	76.9
34	Kota Pekalongan	70.16	95.48	74.01
35	Kota Tegal	68.56	94.88	73.63

Sumber : BPS Propinsi Jawa Tengah

Berdasarkan data IPM tersebut, dapat diketahui bahwa rata-rata angka harapan hidup di Propinsi Jawa Tengah pada tahun 2009 adalah sebesar 70,301 tahun, angka harapan hidup tertinggi adalah Kabupaten Pati yaitu sebesar 72,77 tahun, sedangkan yang terendah adalah Kabupaten Brebes yaitu sebesar 67,37 tahun.

Sedangkan rata-rata angka melek huruf di Propinsi Jawa Tengah pada tahun 2009 adalah sebesar 90,401 % , angka harapan hidup tertinggi adalah Kota Magelang yaitu sebesar 97,25 % , sedangkan yang terendah adalah Kabupaten Wonogiri yaitu sebesar 82,14 %. Rata-rata Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Propinsi Jawa Tengah pada tahun 2009 adalah sebesar 72,055 , IPM tertinggi adalah Kota Surakarta yaitu sebesar 77,49, sedangkan yang terendah adalah Kabupaten Brebes yaitu sebesar 67,69.

4.2. Estimasi Parameter dengan Metode *Ordinary Least Square (OLS)*

4.2.1. Satu Peubah Bebas

Berdasarkan data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) yang telah dijelaskan sebelumnya, maka:

1. Variabel pengeluaran riil per kapita disesuaikan (ribu rupiah) dinyatakan sebagai variabel X.
2. Variabel Indeks Pembangunan Manusia (IPM) dinyatakan sebagai variabel Y.

Data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) dapat disajikan menjadi :

Tabel 4.3. Variabel X dan Y dalam Regresi

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Propinsi Jawa Tengah Tahun 2009

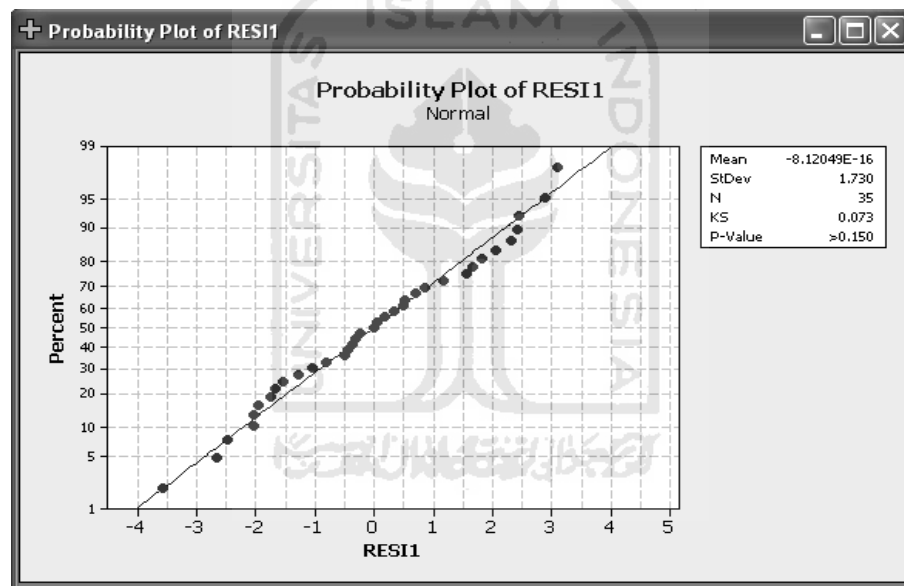
No	X	Y
1	633.5	71.39
2	630.75	72.27
3	630.44	71.51
4	632.76	69.63
5	632.43	70.73
6	633.61	71.88
7	629.26	70.08
8	633.26	71.76
9	629.49	70.44
10	643.92	73.41
11	644.6	73.29
12	644.24	71.04
13	647.87	72.55
14	627.15	70.27
15	629.42	70.6
16	637.29	70.14
17	640.28	71.55
18	643.48	72.72
19	635.9	72.57
20	631.04	72.45
21	631.72	72.1
22	633.14	73.66
23	633.87	73.85
24	635.7	70.07
25	628.82	69.84
26	638.79	70.83
27	634.26	69.02
28	637.09	70.08
29	633.23	67.69
30	648.06	76.37
31	648.23	77.49
32	644.65	76.11
33	644.63	76.9
34	636.28	74.01
35	648.66	73.63

Sumber : BPS Propinsi Jawa Tengah

Untuk mengetahui estimasi parameter regresi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan satu peubah bebas (pengeluaran riil per kapita disesuaikan) dengan metode *Ordinary Least Square* (OLS), dapat dilakukan beberapa langkah sebagai berikut :

1. Uji kenormalan residual model regresi

Berdasarkan output yang diperoleh dengan menggunakan Minitab 14, diperoleh hasil plot normal residual sebagai berikut :



Gambar 4.1. Plot Kenormalan Residual Model Regresi Linier Sederhana

Berdasarkan output tersebut dapat dilakukan uji hipotesis sebagai berikut :

a. Hipotesis

H_0 : Residual berdistribusi normal

H_1 : Residual tidak berdistribusi normal

b. Daerah penolakan : apabila $KS > KS_{1-\alpha}$ pada sejumlah pengamatan tertentu atau $p\text{-value} < \alpha$

c. Hasil uji hipotesis

Berdasarkan output tersebut, diketahui bahwa $p\text{-value} > 0,150$ berarti $p\text{-value} > \alpha (0,05)$, jadi H_0 diterima. Sehingga dapat dikatakan bahwa residual berdistribusi normal.

Dapat dilihat pada plot kenormalan residual tersebut, titik residual yang dihasilkan telah sesuai atau hampir mendekati garis lurus yang ditentukan berdasarkan data (residual), maka residual dapat dikatakan telah mengikuti distribusi normal.

2. Uji kesesuaian model regresi

Dalam uji kesesuaian model, dapat dilakukan dengan uji hipotesis sebagai berikut :

a. Hipotesis

H_0 : Parameter model bernilai nol ($\beta_1 = 0$)

H_1 : Parameter model tidak bernilai nol ($\beta_1 \neq 0$)

b. Daerah penolakan : apabila $F > F_{(\alpha, v_1, v_2)}$ atau $P\text{-value} < \alpha (0,05)$

c. Hasil uji hipotesis

Berdasarkan output (Lampiran II) diperoleh hasil $p\text{-value}$ sebesar 0,000, bila dibandingkan dengan α , $p\text{-value} (0,000) < \alpha (0,05)$. Jadi, H_0 ditolak, maka dapat dikatakan bahwa parameter model tidak bernilai nol yang menunjukkan model regresi linear sederhana yang telah dibuat dapat dikatakan telah mewakili data yang ada.

3. Uji korelasi

Dalam uji korelasi, dapat dilakukan dengan uji hipotesis sebagai berikut :

a. Hipotesis

H_0 : Tidak ada korelasi antarvariabel ($r_{ij} = 0$)

H_1 : Ada korelasi antarvariabel ($r_{ij} \neq 0$)

b. Daerah penolakan : apabila $P\text{-value} < \alpha$ (0,05)

c. Hasil uji hipotesis

Berdasarkan output (Lampiran III) diperoleh hasil p-value sebesar 0,000, bila dibandingkan dengan α , p-value (0,000) $< \alpha$ (0,05). Jadi, H_0 ditolak, dapat dikatakan bahwa ada korelasi antarvariabel. Dapat disimpulkan bahwa antara pengeluaran riil per kapita disesuaikan dengan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) secara statistik berkorelasi cukup signifikan.

4. Estimasi parameter regresi

Dalam estimasi regresi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) dengan satu peubah bebas dengan metode *Ordinary Least Square (OLS)* , diperoleh output dengan Minitab 14 (Lampiran II) sebagai berikut :

Persamaan regresinya adalah : $Y = - 69,0 + 0,222 X$

Berdasarkan persamaan regresi tersebut, dapat diketahui bahwa taksiran intersep (a) sebesar -69.0 dan taksiran parameter dari b sebesar 0,222. Artinya bahwa apabila pengeluaran per kapita meningkat sebesar 1000 rupiah, maka Indeks Pembangunan Manusia yang dihasilkannya rata-rata akan meningkat

pula sebesar 0,222 kali. Angka -69,0 menunjukkan bahwa jika pengeluaran per kapita bernilai 0 (nol), maka nilai Indeks Pembangunan Manusia adalah -69,0.

4.2.2. Dua Peubah Bebas

Berdasarkan data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) yang telah dijelaskan sebelumnya, maka:

1. Variabel angka harapan hidup (tahun) dinyatakan sebagai variabel X_1 .
2. Variabel angka melek huruf dinyatakan sebagai variabel X_2 .
3. Variabel Indeks Perkembangan Manusia (IPM) dinyatakan sebagai variabel Y .

Dalam regresi linier berganda dengan dua peubah bebas yaitu angka harapan hidup (X_1) dan angka melek huruf (X_2), perlu memenuhi beberapa asumsi klasik regresi dengan menggunakan metode *Ordinary Least Square (OLS)*, yaitu antara lain sebagai berikut :

1. Residual atau eror menyebar secara normal.
2. Tidak adanya multikolinear, yaitu suatu keadaan dimana antar variabel prediktor terdapat hubungan sangat erat ($r_{ij} \sim 1$).
3. Ragam dari error bersifat homogen

Asumsi-asumsi tersebut dapat diketahui dengan melakukan uji hipotesis. Berdasarkan penjelasan tersebut, maka data regresi indeks pembangunan manusia dengan dua peubah bebas, menggunakan metode *Ordinary Least Square (OLS)*, dapat disajikan sebagai berikut :

Tabel 4.4. Variabel X_1 , X_2 , dan Y dalam Regresi

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Propinsi Jawa Tengah Tahun 2009

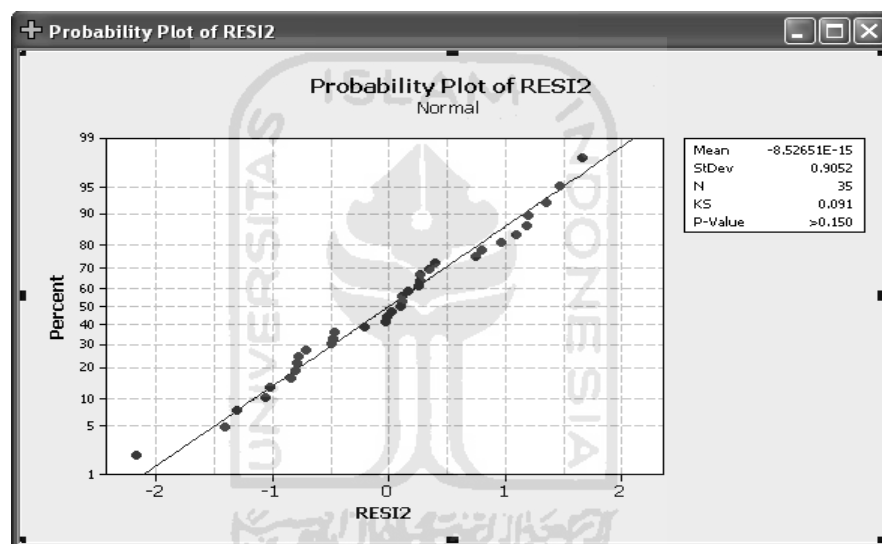
No	X_1	X_2	Y
1	70.51	90.28	71.39
2	69.67	93.98	72.27
3	69.94	93.02	71.51
4	68.88	88.43	69.63
5	69.26	90.4	70.73
6	70.27	89.78	71.88
7	69.74	89.27	70.08
8	70.07	91.35	71.76
9	70.3	85.97	70.44
10	71.33	89.7	73.41
11	70.17	90.38	73.29
12	72.21	82.14	71.04
13	72.13	84.96	72.55
14	72.37	82.26	70.27
15	69.57	90.36	70.6
16	71.2	83.19	70.14
17	70.02	89.43	71.55
18	72.77	86.38	72.72
19	69.57	92.48	72.57
20	70.71	93.09	72.45
21	71.04	90.95	72.1
22	72.4	93.62	73.66
23	72.43	95.94	73.85
24	68.1	88.96	70.07
25	69.88	87.74	69.84
26	68.73	90.6	70.83
27	67.46	87.75	69.02
28	68.49	89.21	70.08
29	67.37	85.21	67.69
30	70.17	97.25	76.37
31	72.07	96.67	77.49
32	70.92	96.5	76.11
33	72.07	96.44	76.9
34	70.16	95.48	74.01
35	68.56	94.88	73.63

Sumber : BPS Propinsi Jawa Tengah

Untuk mengetahui estimasi parameter regresi Indeks Perkembangan Manusia (IPM) di Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan dua peubah bebas (angka harapan hidup dan angka melek huruf) dengan metode *Ordinary Least Square (OLS)* , dapat dilakukan beberapa langkah sebagai berikut :

1. Uji kenormalan residual model regresi

Berdasarkan output yang diperoleh dengan menggunakan Minitab 14, diperoleh hasil plot normal residual sebagai berikut :



Gambar 4.2. Plot Kenormalan Residual Model Regresi Linier Berganda

Berdasarkan output tersebut dapat dilakukan uji hipotesis sebagai berikut :

a. Hipotesis

H_0 : Residual berdistribusi normal

H_1 : Residual tidak berdistribusi normal

b. Daerah penolakan : apabila $KS > KS_{1-\alpha}$ pada sejumlah pengamatan tertentu atau $p\text{-value} < \alpha$

c. Hasil uji hipotesis

Berdasarkan output tersebut, diketahui bahwa $p\text{-value} > 0,150$ berarti $p\text{-value} > \alpha (0,05)$, jadi H_0 diterima. Sehingga dapat dikatakan bahwa residual berdistribusi normal.

Dapat dilihat pada plot kenormalan residual tersebut, titik residual yang dihasilkan telah sesuai atau hampir mendekati garis lurus yang ditentukan berdasarkan data (residual), maka residual dapat dikatakan telah mengikuti distribusi normal.

2. Uji multikolinearitas

Dalam uji multikolinearitas, dapat menggunakan *Variance Inflation Factor (VIF)* untuk mengidentifikasinya. Multikolinear adalah suatu keadaan dimana antarvariabel prediktor terdapat hubungan sangat erat. Dalam regresi, apabila korelasi sangat kuat antar variabel prediktor, maka akan ada ketidaksesuaian model yang telah dibuat.

Diketahui berdasarkan output (Lampiran IV) dengan Minitab 14, bahwa untuk korelasi variabel X_1 dan X_2 nilai $VIF (1,0) < 5$. Jadi, dapat dikatakan bahwa tidak terjadi multikolinear pada model regresi, artinya taksiran parameternya cukup baik.

3. Uji kesesuaian model regresi

Dalam uji kesesuaian model, dapat dilakukan dengan uji hipotesis sebagai berikut :

a. Hipotesis

H_0 : Parameter model bernilai nol ($\beta_1 = 0$)

H_1 : Parameter model tidak bernilai nol ($\beta_1 \neq 0$)

b. Daerah penolakan : apabila $F > F_{(\alpha, v_1, v_2)}$ atau $P\text{-value} < \alpha$ (0,05)

c. Hasil uji hipotesis

Berdasarkan output (Lampiran V) diperoleh hasil p-value sebesar 0,000, bila dibandingkan dengan α , p-value (0,000) $< \alpha$ (0,05). Jadi, H_0 ditolak, maka dapat dikatakan bahwa parameter model tidak bernilai nol yang menunjukkan model regresi linear berganda yang telah dibuat dapat dikatakan telah mewakili data yang ada.

4. Uji parsial model regresi

Dalam uji korelasi parsial model regresi, dapat dilakukan dengan uji hipotesis sebagai berikut :

a. Pengaruh variabel X_1 terhadap Y :

1. Hipotesis

H_0 : $\beta_1 = 0$ (variabel X_1 tidak berpengaruh terhadap variabel Y)

H_1 : $\beta_1 \neq 0$ (variabel X_1 berpengaruh terhadap variabel Y)

2. Daerah penolakan : apabila p-value $< \alpha$ (0,05)

3. Kesimpulan

Berdasarkan output yang diperoleh dengan Minitab (Lampiran V), diketahui bahwa nilai p-value adalah 0,000, dibandingkan dengan α , p-value (0,000) $< \alpha$ (0,05). Sehingga, H_0 ditolak, dapat dikatakan bahwa variabel X_1 berpengaruh terhadap variabel Y .

b. Pengaruh variabel X_2 terhadap Y :

1. Hipotesis

$H_0 : \beta_2 = 0$ (variabel X_2 tidak berpengaruh terhadap variabel Y)

$H_1 : \beta_2 \neq 0$ (variabel X_2 berpengaruh terhadap variabel Y)

2. Daerah penolakan : apabila $p\text{-value} < \alpha$ (0,05)

3. Kesimpulan

Berdasarkan output yang diperoleh dengan Minitab (Lampiran V), diketahui bahwa nilai $p\text{-value}$ adalah 0,000, dibandingkan dengan α , $p\text{-value}$ (0,000) $< \alpha$ (0,05). Sehingga, H_0 ditolak, dapat dikatakan bahwa variabel X_2 berpengaruh terhadap variabel Y .

5. Estimasi parameter regresi

Dalam estimasi regresi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) dengan dua peubah bebas dengan menggunakan metode *Ordinary Least Square (OLS)* , diperoleh output dengan Minitab 14 (Lampiran V) sebagai berikut :

Persamaan regresinya adalah : $Y = - 21,8 + 0,817 X_1 + 0,402 X_2$

Berdasarkan persamaan regresi tersebut, dapat diketahui bahwa taksiran intersep (b_0) sebesar -21.8 dan taksiran parameter dari b_1 sebesar 0,817 serta taksiran parameter dari b_2 sebesar 0,402 . Artinya bahwa apabila angka harapan hidup meningkat sebesar 1 tahun dan angka melek huruf meningkat sebesar 1 %, maka indeks pembangunan manusia yang dihasilkannya rata-rata akan meningkat pula sebesar 0,817 kali untuk angka harapan hidup dan 0,402 kali untuk angka melek huruf. Angka – 21,8 menunjukkan bahwa jika

angka harapan hidup dan angka melek huruf bernilai 0 (nol), maka nilai indeks pembangunan manusia adalah -21,8.

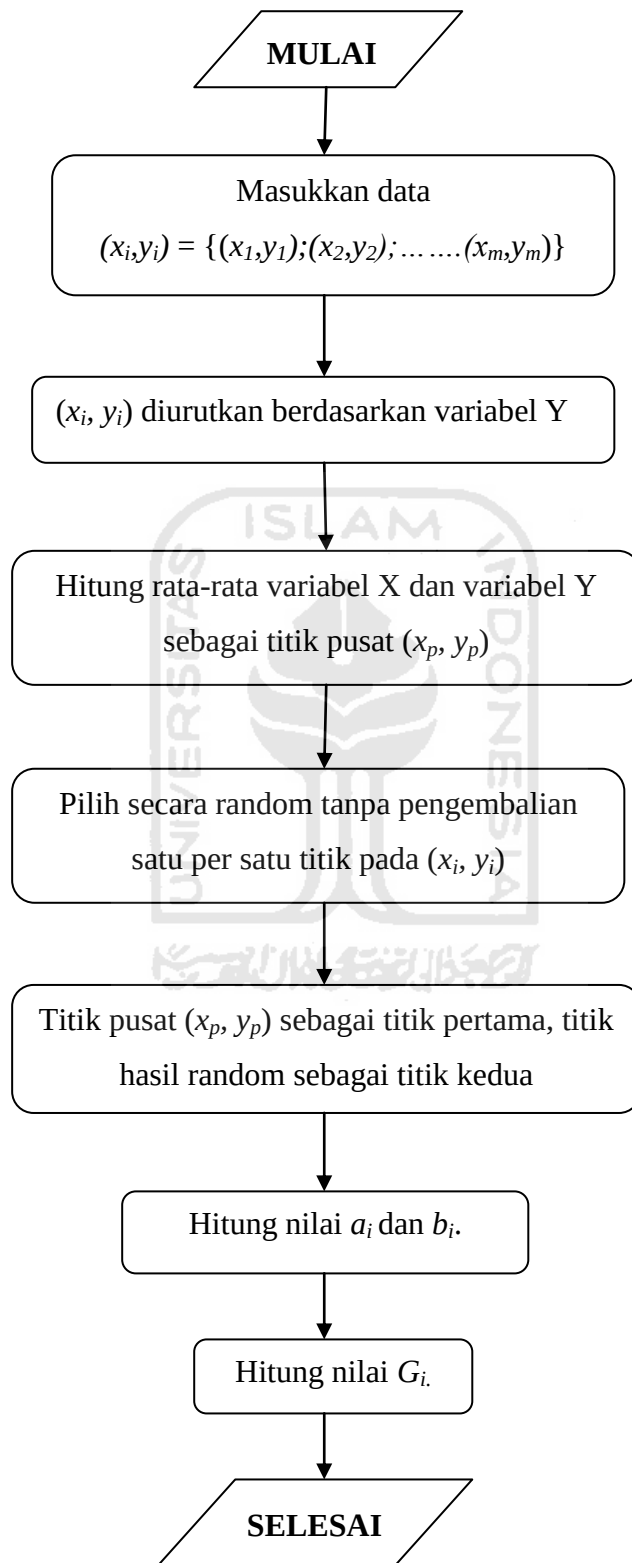
4.3. Estimasi Parameter dengan Metode *Least Absolute Deviation (LAD)*

4.3.1. Metode Dua Titik Secara Manual

Dalam estimasi parameter dengan menggunakan metode *Least Absolute Deviation (LAD)* metode dua titik, diperlukan beberapa urutan langkah sebagai berikut :

1. Mulai dengan memasukkan data variabel X dan variabel Y
Yaitu pasangan data X dan Y: $(x_i, y_i) = \{(x_1, y_1); (x_2, y_2); \dots (x_m, y_m)\}$
2. Pasangan data (x_i, y_i) kemudian diurutkan dari minimum ke maksimum berdasarkan variabel Y.
3. Lalu hitung nilai rata-rata dari variabel X dan variabel Y, rata-rata ini sebagai titik pusat data yaitu (x_p, y_p) .
4. Kemudian pilih secara random tanpa pengembalian, satu per satu titik pada pasangan data (x_i, y_i) , yang kemudian hasil random ini dimasukkan ke dalam tabel titik terpilih.
5. Titik pusat (x_p, y_p) gunakan sebagai titik pertama, kemudian titik kedua merupakan titik hasil random pada pasangan data (x_i, y_i) , demikian seterusnya.
6. Kemudian berdasarkan kedua titik yang telah ditentukan tersebut, hitung nilai a_i dan b_i .
7. Setelah diketahui a_i dan b_i , hitung nilai G_i .

Alur dari metode dua titik ini dapat dijelaskan pada diagram sebagai berikut :



Gambar 4.3. Diagram Alur Metode LAD Dua Titik

Untuk mengetahui estimasi parameter regresi IPM Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan metode LAD dua titik, dapat dilakukan dengan contoh penghitungan **manual satu kali random** sebagai berikut :

1. Data (x_i, y_i) diurutkan berdasarkan variabel Y, sebagai berikut :

Tabel 4.5. Urutan Data (x_i, y_i)			
No	X	Y	No data
1	633.23	67.69	29
2	634.26	69.02	27
3	632.76	69.63	4
4	628.82	69.84	25
5	635.7	70.07	24
6	629.26	70.08	7
7	637.09	70.08	28
8	637.29	70.14	16
9	627.15	70.27	14
10	629.49	70.44	9
11	629.42	70.6	15
12	632.43	70.73	5
13	638.79	70.83	26
14	644.24	71.04	12
15	633.5	71.39	1
16	630.44	71.51	3
17	640.28	71.55	17
18	633.26	71.76	8
19	633.61	71.88	6
20	631.72	72.1	21
21	630.75	72.27	2
22	631.04	72.45	20
23	647.87	72.55	13
24	635.9	72.57	19
25	643.48	72.72	18
26	644.6	73.29	11
27	643.92	73.41	10
28	648.66	73.63	35
29	633.14	73.66	22
30	633.87	73.85	23
31	636.28	74.01	34
32	644.65	76.11	32
33	648.06	76.37	30
34	644.63	76.9	33
35	648.23	77.49	31

2. Menghitung rata-rata variabel X dan variabel Y , kemudian digunakan sebagai titik pusat (x_p, y_p) , sebagai berikut :

Tabel 4.6. Titik Pusat Data (x_p, y_p)

No	X	Y
1	633.23	67.69
2	634.26	69.02
3	632.76	69.63
4	628.82	69.84
5	635.7	70.07
6	629.26	70.08
7	637.09	70.08
8	637.29	70.14
9	627.15	70.27
10	629.49	70.44
11	629.42	70.6
12	632.43	70.73
13	638.79	70.83
14	644.24	71.04
15	633.5	71.39
16	630.44	71.51
17	640.28	71.55
18	633.26	71.76
19	633.61	71.88
20	631.72	72.1
21	630.75	72.27
22	631.04	72.45
23	647.87	72.55
24	635.9	72.57
25	643.48	72.72
26	644.6	73.29
27	643.92	73.41
28	648.66	73.63
29	633.14	73.66
30	633.87	73.85
31	636.28	74.01
32	644.65	76.11
33	648.06	76.37
34	644.63	76.9
35	648.23	77.49
	$x_p = 636.7949$	$y_p = 72.05514$

Sumber : Data yang telah diolah

3. Memilih secara random tanpa pengembalian satu per satu titik pada (x_i, y_i) yang telah diurutkan tersebut, dimasukkan dalam tabel sebagai berikut :

Tabel 4.7. Titik Terpilih Secara Random Variabel X dan Y

No	Titik terpilih	X	Y
1	22	633.14	73.66
2	20	631.04	72.45
3	19	635.9	72.57
4	21	631.72	72.1
5	27	634.26	69.02
6	25	628.82	69.84
7	13	647.87	72.55
8	3	630.44	71.51
9	32	644.65	76.11
10	16	637.29	70.14
11	10	643.92	73.41
12	24	635.7	70.07
13	7	629.26	70.08
14	2	630.75	72.27
15	6	633.61	71.88
16	28	637.09	70.08
17	34	636.28	74.01
18	1	633.5	71.39
19	9	629.49	70.44
20	31	648.23	77.49
21	29	633.23	67.69
22	12	644.24	71.04
23	26	638.79	70.83
24	33	635.7	70.07
25	30	648.06	76.37
26	15	629.42	70.6
27	5	632.43	70.73
28	8	633.26	71.76
29	35	648.66	73.63
30	17	640.28	71.55
31	18	643.48	72.72
32	14	627.15	70.27
33	4	632.76	69.63
34	23	633.87	73.85
35	11	644.6	73.29

Sumber : Data yang telah diolah

4. Titik pusat (x_p, y_p) sebagai titik pertama, titik hasil random sebagai titik kedua, dapat disajikan sebagai berikut :

Tabel 4.8. Titik Pertama dan Kedua Untuk Metode Dua Titik

No	Titik terpilih	x_p	y_p	x_{i1}	y_{i1}
1	p,22	636.8	72.1	633.14	73.66
2	22,20	633.1	73.7	631.04	72.45
3	20,19	631	72.5	635.9	72.57
4	19,21	635.9	72.6	631.72	72.1
5	21,27	631.7	72.1	634.26	69.02
6	27,25	634.3	69	628.82	69.84
7	25,13	628.8	69.8	647.87	72.55
8	13,3	647.9	72.6	630.44	71.51
9	3,32	630.4	71.5	644.65	76.11
10	32,16	644.7	76.1	637.29	70.14
11	16,10	637.3	70.1	643.92	73.41
12	10,24	643.9	73.4	635.7	70.07
13	24,7	635.7	70.1	629.26	70.08
14	7,2	629.3	70.1	630.75	72.27
15	2,6	630.8	72.3	633.61	71.88
16	6,28	633.6	71.9	637.09	70.08
17	28,34	637.1	70.1	636.28	74.01
18	34,1	636.3	74	633.5	71.39
19	1,9	633.5	71.4	629.49	70.44
20	9,31	629.5	70.4	648.23	77.49
21	31,29	648.2	77.5	633.23	67.69
22	29,12	633.2	67.7	644.24	71.04
23	12,26	644.2	71	638.79	70.83
24	26,33	638.8	70.8	644.63	76.9
25	33,30	644.6	76.9	648.06	76.37
26	30,15	648.1	76.4	629.42	70.6
27	15,5	629.4	70.6	632.43	70.73
28	5,8	632.4	70.7	633.26	71.76
29	8,35	633.3	71.8	648.66	73.63
30	35,17	648.7	73.6	640.28	71.55
31	17,18	640.3	71.6	643.48	72.72
32	18,14	643.5	72.7	627.15	70.27
33	14,4	627.2	70.3	632.76	69.63
34	4,23	632.8	69.6	633.87	73.85
35	23,11	633.9	73.9	644.6	73.29

Sumber : Data yang telah diolah

5. Menghitung nilai a_i dan b_i , dapat disajikan dalam tabel sebagai berikut :

Tabel 4.9. Hasil Penghitungan a_i , b_i , dan Fungsi Linier

No	Titik terpilih	a_i	b_i	Fungsi linier
1	p,22	-0.44109589	352.9354521	352.94 - 0.44 X
2	22,20	0.576190476	-291.1492381	-2.91.15 + 0.58 X
3	20,19	0.024691358	56.86876543	56.87 + 0.02 X
4	19,21	0.112440191	1.069282297	1.07 + 0.11 X
5	21,27	-1.212598425	838.1226772	838.12 – 1.21 X
6	27,25	-0.150735294	164.6253676	164.63 – 0.15 X
7	25,13	0.142257218	-19.61418373	-19.61 + 0.14 X
8	13,3	0.05966724	33.89338497	33.89 + 0.06 X
9	3,32	0.323715693	-132.5733216	-132.57 + 0.324 X
10	32,16	0.811141304	-446.7922418	-446.79 + 0.81 X
11	16,10	0.49321267	-244.1795023	-244.18 + 0.49 X
12	10,24	0.406326034	-188.2314599	-188.23 + 0.41 X
13	24,7	-0.001552795	71.0571118	71.06 – 0.002 X
14	7,2	1.469798658	-854.8055034	-854.81 + 1.47 X
15	2,6	-0.136363636	158.2813636	158.28 – 0.136 X
16	6,28	-0.517241379	399.6093103	399.61 – 0.52 X
17	28,34	-4.851851852	3161.146296	3161.15 – 4.85 X
18	34,1	0.942446043	-525.6495683	-525.65 + 0.94 X
19	1,9	0.236907731	-78.69104738	-78.69 + 0.24 X
20	9,31	0.37620064	-166.3745411	-1.66.37 + 0.38 X
21	31,29	0.653333333	-346.0202667	-346.02 + 0.65 X
22	29,12	0.304268847	-124.9821617	-124.98 + 0.30 X
23	12,26	0.03853211	46.21607339	46.22 + 0.04 X
24	26,33	1.039383562	-593.1178253	-593.12 + 1.04 X
25	33,30	-0.15451895	176.507551	176.51 – 0.155 X
26	30,15	0.309549356	-124.2365558	-124.24 + 0.31 X
27	15,5	0.043189369	43.41574751	43.42 + 0.04 X
28	5,8	1.240963855	-714.0927711	-714.09 + 1.24 X
29	8,35	0.121428571	-5.135857143	-5.14 + 0.12 X
30	35,17	0.248210024	-87.37391408	-87.37 + 0.25 X
31	17,18	0.365625	-162.552375	-162.55 + 0.37 X
32	18,14	0.150030618	-23.82170239	-23.82 + 0.15 X
33	14,4	-0.114081996	141.8165241	141.82 – 0.11 X
34	4,23	3.801801802	-2335.998108	-2335.99 + 3.80 X
35	23,11	-0.052190121	106.9317521	106.93 – 0.05 X

Sumber : Data yang telah diolah

6. Menghitung nilai G_i , yaitu dengan rumus : $G_i = \sum_{i=1}^m \omega_i |y_i - a_i x_i - b_i|$

pada (Lampiran VI), hasilnya sebagai berikut :

Tabel 4.10. Hasil Penghitungan G_i Metode Dua Titik

No	Titik terpilih	a_i	b_i	G_i
1	p,22	-0.44109589	352.9354521	132.421
2	22,20	0.576190476	-291.1492381	132.4982
3	20,19	0.024691358	56.86876543	65.11673
4	19,21	0.112440191	1.069282297	60.20758
5	21,27	-1.212598425	838.1226772	286.4738
6	27,25	-0.150735294	164.6253676	128.0897
7	25,13	0.142257218	-19.61418373	75.04674
8	13,3	0.05966724	33.89338497	59.04291
9	3,32	0.323715693	-132.5733216	66.47976
10	32,16	0.811141304	-446.7922418	143.6728
11	16,10	0.49321267	-244.1795023	96.77998
12	10,24	0.406326034	-188.2314599	94.05549
13	24,7	-0.001552795	71.0571118	76.78214
14	7,2	1.469798658	-854.8055034	326.4948
15	2,6	-0.136363636	158.2813636	77.46136
16	6,28	-0.517241379	399.6093103	139.967586
17	28,34	-4.851851852	3161.146296	968.853333
18	34,1	0.942446043	-525.6495683	154.580144
19	1,9	0.236907731	-78.69104738	50.03177
20	9,31	0.37620064	-166.3745411	60.85768
21	31,29	0.653333333	-346.0202667	111.3236
22	29,12	0.304268847	-124.9821617	114.8164
23	12,26	0.03853211	46.21607339	62.80721
24	26,33	1.039383562	-593.1178253	193.1259
25	33,30	-0.15451895	176.507551	214.2362
26	30,15	0.309549356	-124.2365558	54.73882
27	15,5	0.043189369	43.41574751	60.67625
28	5,8	1.240963855	-714.0927711	214.9661
29	8,35	0.121428571	-5.135857143	50.162
30	35,17	0.248210024	-87.37391408	63.18788
31	17,18	0.365625	-162.552375	76.52662
32	18,14	0.150030618	-23.82170239	48.46574
33	14,4	-0.114081996	141.8165241	106.1014
34	4,23	3.801801802	-2335.998108	691.5249
35	23,11	-0.052190121	106.9317521	87.49007

Sumber : Data yang telah diolah

7. Setelah dihitung semua nilai G_i , kita bandingkan dengan nilai G_1 (G pertama yang melibatkan titik pusat), nilai G_i yang lebih kecil dari G_1 merupakan titik optimal, dari nilai tersebut nilai G_i yang terkecil merupakan fungsi linier yang parameternya paling optimal (**untuk satu kali random**).
8. Berdasarkan hasil penghitungan G_i pada Tabel 4.10 (**satu kali random**), nilai G_i yang merupakan fungsi linier yang parameternya paling optimal adalah G_{32} , yaitu dengan nilai G_i sebesar 48,46574 dengan fungsi linier : $Y = -23,82 + 0,15 X$. Jadi, hasil estimasi parameter regresi Indeks Perkembangan Manusia (IPM) di Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan satu peubah bebas (pengeluaran riil per kapita disesuaikan) dengan metode *Least Absolute Deviation (LAD)* metode dua titik adalah $Y = -23,82 + 0,15 X$. Berdasarkan persamaan regresi tersebut, dapat diketahui bahwa taksiran intersep (a) sebesar -23,82 dan taksiran parameter dari b sebesar 0,15.

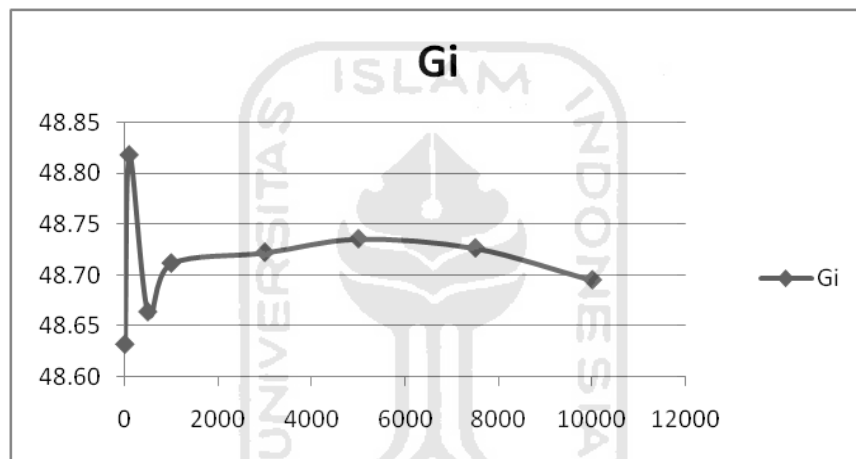
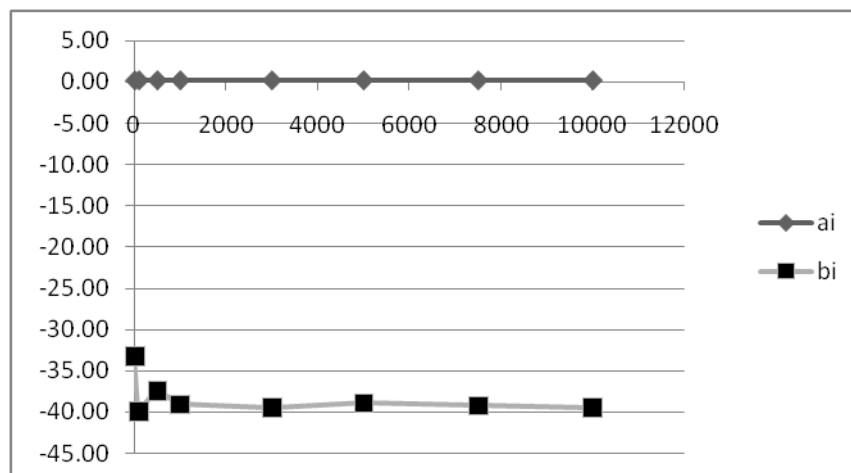
4.3.2. Metode Dua Titik Dengan Program Macro Minitab

Berdasarkan langkah-langkah yang telah dijelaskan sebelumnya, untuk mendapatkan estimasi parameter yang paling maksimal atau mendekati nilai sebenarnya, maka dilakukan perulangan langkah-langkah sebelumnya untuk mendapatkan nilai G_i paling optimal. Berikut ini merupakan hasil running (perulangan) penghitungan G_i metode dua titik dengan program Macro Minitab (Lampiran VIII) :

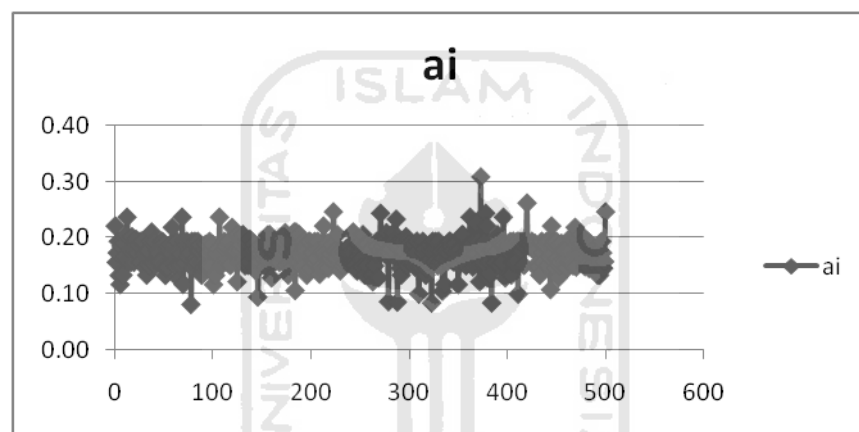
Tabel 4.11. Hasil Pengulangan Penghitungan G_i Metode Dua Titik

No	Runing(kali)	a_i	b_i	G_i
1	10	0,16	-33,18	48,63
2	100	0,18	-39,97	48,82
3	500	0,17	-37,42	48,66
4	1000	0,17	-39,08	48,71
5	3000	0,17	-39,47	48,72
6	5000	0,17	-38,94	48,74
7	7500	0,17	-39,20	48,73
8	10000	0,17	-39,46	48,70

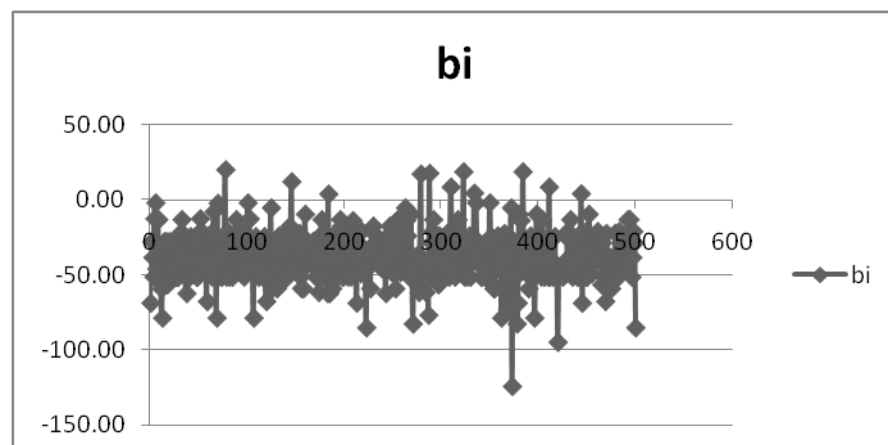
Sumber : Data yang telah diolah

Gambar 4.4. Grafik G_i Metode Dua TitikGambar 4.5. Grafik a_i dan b_i Metode Dua Titik

Berdasarkan Tabel 4.11 dan Gambar 4.4 serta Gambar 4.5 tersebut, dapat diambil kesimpulan bahwa untuk perulangan (running) penghitungan nilai G_i rata-rata metode dua titik sebanyak 10, 100, 500, 1000, 3000, 5000, 7500 dan 10.000 kali diperoleh hasil bahwa, G_i bernilai konstan antara 48,70 – 48,74. Sedangkan nilai estimasi parameter b bernilai konstan sebesar 0,17 dan nilai estimasi intersep (a) bernilai konstan antara -39,47 sampai dengan -38,94.

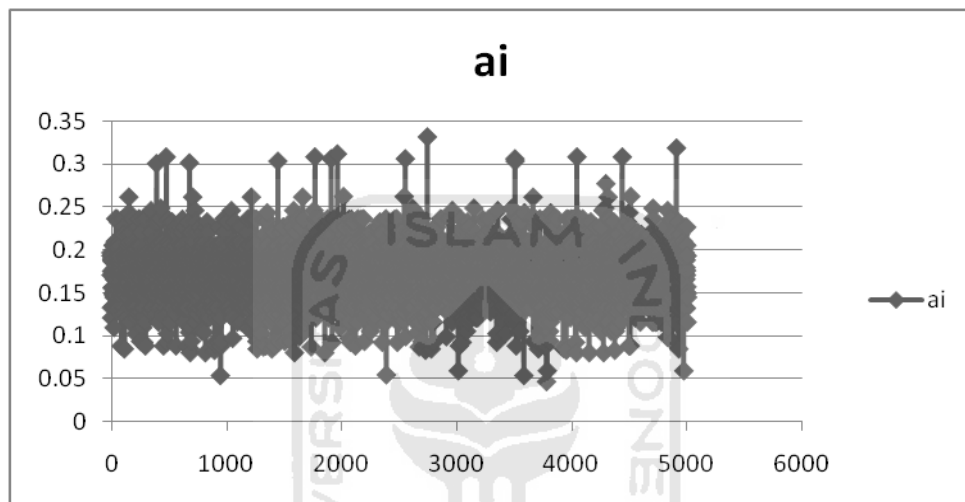


Gambar 4.6. Grafik a_i Pada Perulangan 500 Kali Metode Dua Titik

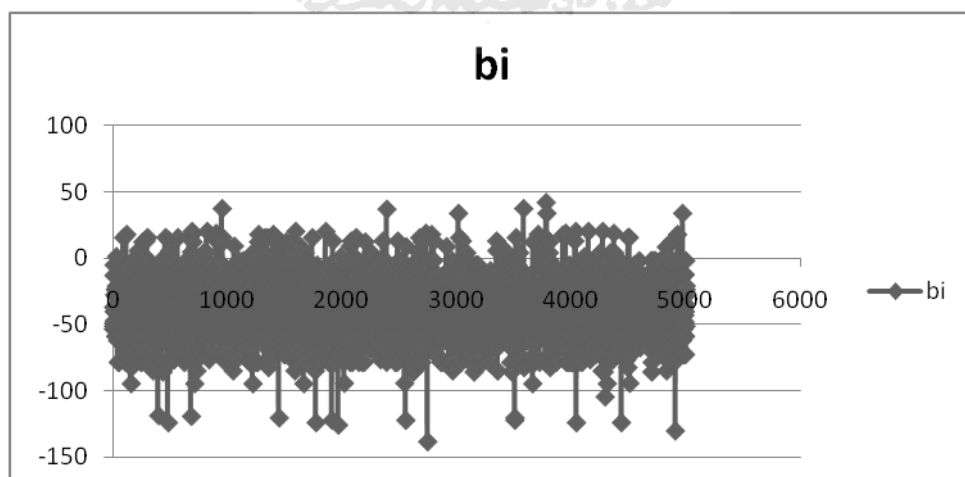


Gambar 4.7. Grafik b_i Pada Perulangan 500 Kali Metode Dua Titik

Berdasarkan Gambar 4.6 dan Gambar 4.7 tersebut, dapat diambil kesimpulan bahwa nilai estimasi parameter pada perulangan 500 kali, nilai a_i bernilai konstan antara 0,16 - 0,20 dan nilai b_i bernilai konstan antara -40 sampai dengan -23.

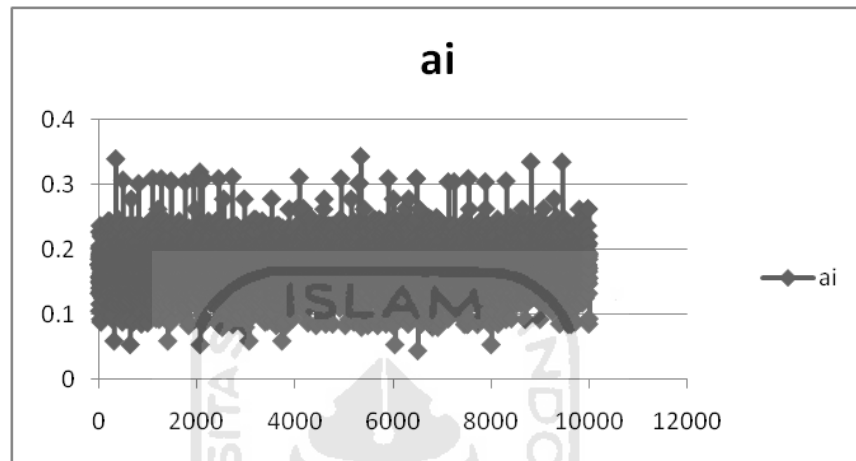


Gambar 4.8. Grafik a_i Pada Perulangan 5000 Kali Metode Dua Titik

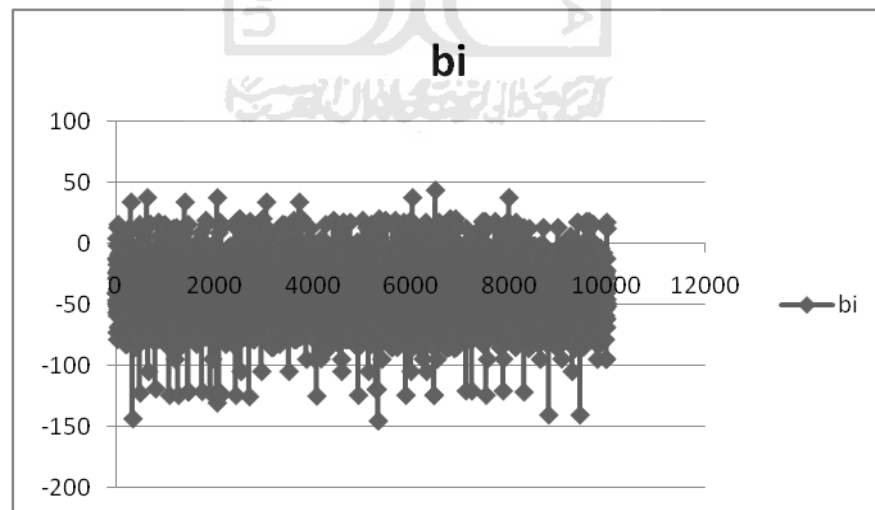


Gambar 4.9. Grafik b_i Pada Perulangan 5000 Kali Metode Dua Titik

Berdasarkan Gambar 4.8 dan Gambar 4.9 tersebut, dapat diambil kesimpulan bahwa nilai estimasi parameter pada perulangan 5000 kali, nilai a_i bernilai konstan antara 0,15 - 0,20 dan nilai b_i bernilai konstan antara -40 sampai dengan -20.



Gambar 4.10. Grafik a_i Pada Perulangan 10.000 Kali Metode Dua Titik



Gambar 4.11. Grafik b_i Pada Perulangan 10.000 Kali Metode Dua Titik

Berdasarkan Gambar 4.10 dan Gambar 4.11 tersebut, dapat diambil kesimpulan bahwa nilai estimasi parameter pada perulangan 10.000 kali, nilai a_i bernilai konstan antara 0,15 - 0,18 dan nilai b_i bernilai konstan antara -45 sampai dengan 10.

Untuk mengetahui nilai konstan estimasi parameter regresi dengan metode LAD dua titik, yaitu nilai a_i dan b_i , digunakan nilai a_i , b_i , dan G_i rata-rata pada setiap perulangan penghitungan G_i , sedangkan pada gambar perulangan 500, 5000, dan 10.000 kali yang telah dijelaskan sebelumnya hanya digunakan untuk memberi gambaran contoh nilai konstan pada setiap perulangan penghitungan G_i tersebut.

4.3.3. Metode Tiga Titik Secara Manual

Dalam estimasi parameter dengan menggunakan metode *Least Absolute Deviation (LAD)* metode tiga titik, diperlukan beberapa urutan langkah sebagai berikut :

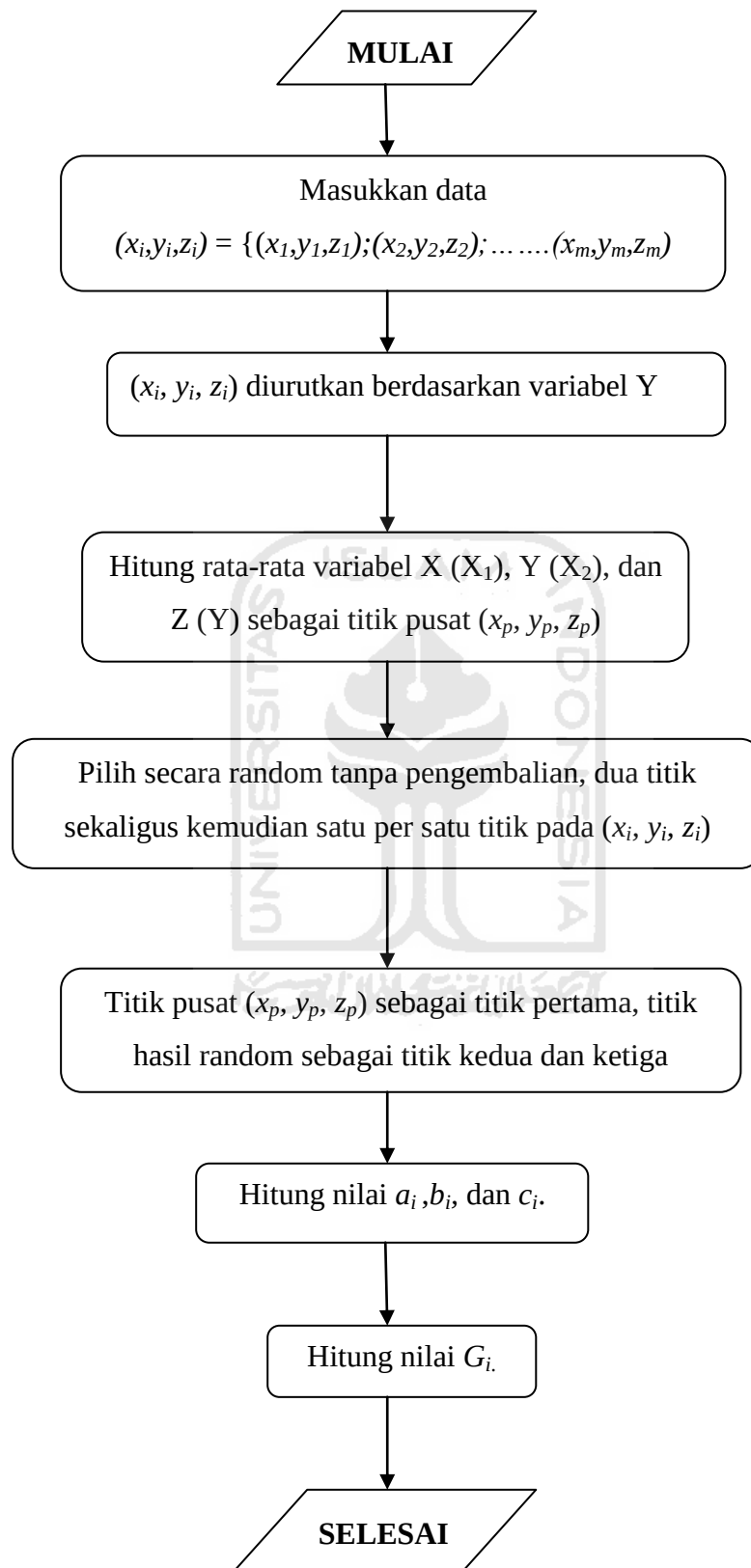
1. Mulai dengan memasukkan data variabel X (X_1), variabel Y (X_2) dan variabel Z (Y). Yaitu pasangan data X,Y,Z :

$$(x_i, y_i, z_i) = \{(x_1, y_1, z_1); (x_2, y_2, z_2); \dots (x_m, y_m, z_m)\}$$

2. Pasangan data (x_i, y_i, z_i) kemudian diurutkan dari minimum ke maksimum berdasarkan variabel Y.
3. Lalu hitung nilai rata-rata dari variabel X, variabel Y dan variabel Z, rata-rata ini sebagai titik pusat data yaitu (x_p, y_p, z_p) .

4. Kemudian pilih secara random tanpa pengembalian, dua sekaligus kemudian satu per satu titik pada pasangan data (x_i, y_i, z_i) , yang kemudian hasil random ini dimasukkan ke dalam tabel titik terpilih.
5. Titik pusat (x_p, y_p, z_p) gunakan sebagai titik pertama, kemudian titik kedua dan ketiga merupakan titik hasil random pada pasangan data (x_i, y_i, z_i) , demikian seterusnya.
6. Kemudian berdasarkan ketiga titik yang telah ditentukan tersebut, hitung nilai a_i, b_i , dan c_i .
7. Berdasarkan nilai a_i, b_i , dan c_i tersebut, dapat ditentukan persamaan fungsi liniernya.
8. Setelah diketahui a_i, b_i , dan c_i , kemudian hitung nilai G_i dengan rumus sebagai berikut : $G_i = \sum_{i=1}^m |z_i - a_i x_i - b_i y_i - c_i|$
9. Kemudian setelah diketahui semua nilai G_i , cari nilai G_i yang lebih kecil dari G_1 , dari nilai tersebut nilai G_i yang paling kecil nilainya merupakan fungsi linier yang parameternya paling optimal (untuk satu kali random).

Alur dari metode tiga titik ini dapat dijelaskan pada diagram sebagai berikut :



Gambar 4.12. Diagram Alur Metode LAD Tiga Titik

Untuk mengetahui estimasi parameter regresi IPM Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan metode LAD tiga titik, dapat dilakukan dengan contoh penghitungan **manual satu kali random** sebagai berikut :

1. Data (x_i, y_i, z_i) diurutkan berdasarkan variabel Y, sebagai berikut :

Tabel 4.12. Urutan Data (x_i, y_i, z_i)				
No	X	Y	Z	No data
1	67.37	85.21	67.69	29
2	67.46	87.75	69.02	27
3	68.88	88.43	69.63	4
4	69.88	87.74	69.84	25
5	68.1	88.96	70.07	24
6	69.74	89.27	70.08	7
7	68.49	89.21	70.08	28
8	71.2	83.19	70.14	16
9	72.37	82.26	70.27	14
10	70.3	85.97	70.44	9
11	69.57	90.36	70.6	15
12	69.26	90.4	70.73	5
13	68.73	90.6	70.83	26
14	72.21	82.14	71.04	12
15	70.51	90.28	71.39	1
16	69.94	93.02	71.51	3
17	70.02	89.43	71.55	17
18	70.07	91.35	71.76	8
19	70.27	89.78	71.88	6
20	71.04	90.95	72.1	21
21	69.67	93.98	72.27	2
22	70.71	93.09	72.45	20
23	72.13	84.96	72.55	13
24	69.57	92.48	72.57	19
25	72.77	86.38	72.72	18
26	70.17	90.38	73.29	11
27	71.33	89.7	73.41	10
28	68.56	94.88	73.63	35
29	72.4	93.62	73.66	22
30	72.43	95.94	73.85	23
31	70.16	95.48	74.01	34
32	70.92	96.5	76.11	32
33	70.17	97.25	76.37	30
34	72.07	96.44	76.9	33
35	72.07	96.67	77.49	31

2. Menghitung rata-rata variabel X, variabel Y dan variabel Z , kemudian digunakan sebagai titik pusat (x_p, y_p, z_p), sebagai berikut :

Tabel 4.13. Titik Pusat Data (x_p, y_p, z_p)

No	X	Y	Z
1	67.37	85.21	67.69
2	67.46	87.75	69.02
3	68.88	88.43	69.63
4	69.88	87.74	69.84
5	68.1	88.96	70.07
6	69.74	89.27	70.08
7	68.49	89.21	70.08
8	71.2	83.19	70.14
9	72.37	82.26	70.27
10	70.3	85.97	70.44
11	69.57	90.36	70.6
12	69.26	90.4	70.73
13	68.73	90.6	70.83
14	72.21	82.14	71.04
15	70.51	90.28	71.39
16	69.94	93.02	71.51
17	70.02	89.43	71.55
18	70.07	91.35	71.76
19	70.27	89.78	71.88
20	71.04	90.95	72.1
21	69.67	93.98	72.27
22	70.71	93.09	72.45
23	72.13	84.96	72.55
24	69.57	92.48	72.57
25	72.77	86.38	72.72
26	70.17	90.38	73.29
27	71.33	89.7	73.41
28	68.56	94.88	73.63
29	72.4	93.62	73.66
30	72.43	95.94	73.85
31	70.16	95.48	74.01
32	70.92	96.5	76.11
33	70.17	97.25	76.37
34	72.07	96.44	76.9
35	72.07	96.67	77.49
	$x_p = 70.30114$	$y_p = 90.40143$	$z_p = 72.05514$

Sumber : Data yang telah diolah

3. Memilih secara random tanpa pengembalian, dua sekaligus kemudian satu per satu titik pada (x_i, y_i, z_i) yang telah diurutkan tersebut sebagai berikut :

Tabel 4.14. Titik Terpilih Tiga Titik Secara Random

No	Titik terpilih	X	Y	Z
1	31	72.07	96.67	77.49
2	6	70.27	89.78	71.88
3	14	72.37	82.26	70.27
4	33	72.07	96.44	76.9
5	5	69.26	90.4	70.73
6	19	69.57	92.48	72.57
7	18	72.77	86.38	72.72
8	12	72.21	82.14	71.04
9	7	69.74	89.27	70.08
10	9	70.3	85.97	70.44
11	2	69.67	93.98	72.27
12	21	71.04	90.95	72.1
13	16	71.2	83.19	70.14
14	10	71.33	89.7	73.41
15	29	71.33	89.7	73.41
16	20	70.71	93.09	72.45
17	8	70.07	91.35	71.76
18	27	67.46	87.75	69.02
19	28	68.49	89.21	70.08
20	26	68.73	90.6	70.83
21	13	72.13	84.96	72.55
22	4	68.88	88.43	69.63
23	32	70.92	96.5	76.11
24	30	70.17	97.25	76.37
25	3	69.94	93.02	71.51
26	11	70.17	90.38	73.29
27	17	70.02	89.43	71.55
28	15	69.57	90.36	70.6
29	23	72.43	95.94	73.85
30	22	72.4	93.62	73.66
31	34	70.16	95.48	74.01
32	25	69.88	87.74	69.84
33	35	68.56	94.88	73.63
34	1	68.56	94.88	73.63
35	24	68.1	88.96	70.07

Sumber : Data yang telah diolah

4. Titik pusat (x_p, y_p, z_p) sebagai titik pertama, titik hasil random sebagai titik kedua dan ketiga, dapat disajikan sebagai berikut :

Tabel 4.15. Titik Pertama, Kedua, dan Ketiga Untuk Metode Tiga Titik

No	Titik terpilih	x_p	y_p	z_p	x_i	y_i	z_i	x_{i0}	y_{i0}	z_{i0}
1	p,31,6	70.30	90.40	72.06	72.07	96.67	77.49	70.27	89.78	71.88
2	31,6,14	72.07	96.67	77.49	70.27	89.78	71.88	72.37	82.26	70.27
3	6,14,33	70.27	89.78	71.88	72.37	82.26	70.27	72.07	96.44	76.9
4	14,33,5	72.37	82.26	70.27	72.07	96.44	76.9	69.26	90.4	70.73
5	33,5,19	72.07	96.44	76.9	69.26	90.4	70.73	69.57	92.48	72.57
6	5,19,18	69.26	90.4	70.73	69.57	92.48	72.57	72.77	86.38	72.72
7	19,18,12	69.57	92.48	72.57	72.77	86.38	72.72	72.21	82.14	71.04
8	18,12,7	72.77	86.38	72.72	72.21	82.14	71.04	69.74	89.27	70.08
9	12,7,9	72.21	82.14	71.04	69.74	89.27	70.08	70.3	85.97	70.44
10	7,9,2	69.74	89.27	70.08	70.3	85.97	70.44	69.67	93.98	72.27
11	9,2,21	70.3	85.97	70.44	69.67	93.98	72.27	71.04	90.95	72.1
12	2,21,16	69.67	93.98	72.27	71.04	90.95	72.1	71.2	83.19	70.14
13	21,16,10	71.04	90.95	72.1	71.2	83.19	70.14	71.33	89.7	73.41
14	16,10,29	71.2	83.19	70.14	71.33	89.7	73.41	67.37	85.21	67.69
15	10,29,20	71.33	89.7	73.41	67.37	85.21	67.69	70.71	93.09	72.45
16	29,20,8	67.37	85.21	67.69	70.71	93.09	72.45	70.07	91.35	71.76
17	20,8,27	70.71	93.09	72.45	70.07	91.35	71.76	67.46	87.75	69.02
18	8,27,28	70.07	91.35	71.76	67.46	87.75	69.02	68.49	89.21	70.08
19	27,28,26	67.46	87.75	69.02	68.49	89.21	70.08	68.73	90.6	70.83
20	28,26,13	68.49	89.21	70.08	68.73	90.6	70.83	72.13	84.96	72.55
21	26,13,4	68.73	90.6	70.83	72.13	84.96	72.55	68.88	88.43	69.63
22	13,4,32	72.13	84.96	72.55	68.88	88.43	69.63	70.92	96.5	76.11
23	4,32,30	68.88	88.43	69.63	70.92	96.5	76.11	70.17	97.25	76.37
24	32,30,3	70.92	96.5	76.11	70.17	97.25	76.37	69.94	93.02	71.51
25	30,3,11	70.17	97.25	76.37	69.94	93.02	71.51	70.17	90.38	73.29
26	3,11,17	69.94	93.02	71.51	70.17	90.38	73.29	70.02	89.43	71.55
27	11,17,15	70.17	90.38	73.29	70.02	89.43	71.55	69.57	90.36	70.6
28	17,15,23	70.02	89.43	71.55	69.57	90.36	70.6	72.43	95.94	73.85
29	15,23,22	69.57	90.36	70.6	72.43	95.94	73.85	72.4	93.62	73.66
30	23,22,34	72.43	95.94	73.85	72.4	93.62	73.66	70.16	95.48	74.01
31	22,34,25	72.4	93.62	73.66	70.16	95.48	74.01	69.88	87.74	69.84
32	34,25,35	70.16	95.48	74.01	69.88	87.74	69.84	68.56	94.88	73.63
33	25,35,1	69.88	87.74	69.84	68.56	94.88	73.63	70.51	90.28	71.39
34	35,1,24	68.56	94.88	73.63	70.51	90.28	71.39	68.1	88.96	70.07

Sumber : Data yang telah diolah

5. Menghitung nilai a_i , b_i , c_i , dan fungsi linier hasilnya dapat disajikan dalam tabel sebagai berikut :

Tabel 4.16. Hasil Penghitungan a_i , b_i , dan c_i

No	Titik terpilih	a_i	b_i	c_i
1	p,31,6	2.521557	0.155471	-119.268
2	31,6,14	1.110312	0.524156	-53.2004
3	6,14,33	0.982043	0.488337	-40.9711
4	14,33,5	1.138932	0.491656	-52.5981
5	33,5,19	0.432988	0.820084	-33.3943
6	5,19,18	1.349713	0.683456	-84.5356
7	19,18,12	0.640838	0.311587	-0.82873
8	18,12,7	1.109446	0.249696	-29.5831
9	12,7,9	0.144582	-0.08456	67.54516
10	7,9,2	3.707554	0.52007	-234.911
11	9,2,21	0.461477	0.26476	15.23669
12	2,21,16	0.455294	0.261965	15.93018
13	21,16,10	6.152751	0.379438	-399.501
14	16,10,29	0.895181	0.484428	-33.8965
15	10,29,20	1.462297	-0.01575	-29.4833
16	29,20,8	3.702759	-0.96538	-99.5046
17	20,8,27	1.020649	0.021141	-1.68807
18	8,27,28	1.797271	-0.54191	-4.67127
19	27,28,26	0.349949	0.479145	3.367416
20	28,26,13	1.089019	0.351536	-35.8675
21	26,13,4	1.607532	0.664115	-99.8245
22	13,4,32	1.382621	0.453464	-65.7048
23	4,32,30	0.364233	0.7109	-18.3233
24	32,30,3	0.760897	1.107564	-84.7327
25	30,3,11	12.88513	0.448326	-871.38
26	3,11,17	10.22718	0.216762	-663.942
27	11,17,15	4.445679	1.12963	-340.759
28	17,15,23	1.609712	-0.24261	-19.4652
29	15,23,22	1.001855	0.068942	-5.32863
30	23,22,34	-0.08731	0.083026	72.20833
31	22,34,25	0.282623	0.528536	3.716571
32	34,25,35	0.035953	0.537459	20.17096
33	25,35,1	0.183467	0.564731	7.469857
34	35,1,24	0.228053	0.583631	2.619793

Sumber : Data yang telah diolah

Tabel 4.17. Hasil Penghitungan Fungsi Linier Metode Tiga Titik

No	Titik terpilih	Fungsi linier
1	p,31,6	$-119.268 + 2.521 X_1 + 0.155 X_2$
2	31,6,14	$-53.20 + 1.110 X_1 + 0.524 X_2$
3	6,14,33	$-40.971 + 0.982 X_1 + 0.488 X_2$
4	14,33,5	$-52.598 + 1.139 X_1 + 0.492 X_2$
5	33,5,19	$-33.394 + 0.433 X_1 + 0.820 X_2$
6	5,19,18	$-84.536 + 1.350 X_1 + 0.683 X_2$
7	19,18,12	$-0.829 + 0.641 X_1 + 0.312 X_2$
8	18,12,7	$-29.583 + 1.109 X_1 + 0.249 X_2$
9	12,7,9	$67.545 + 0.145 X_1 - 0.085 X_2$
10	7,9,2	$-234.911 + 3.708 X_1 + 0.520 X_2$
11	9,2,21	$15.237 + 0.461 X_1 + 0.265 X_2$
12	2,21,16	$15.930 + 0.455 X_1 + 0.262 X_2$
13	21,16,10	$-399.501 + 6.153 X_1 + 0.379 X_2$
14	16,10,29	$-33.896 + 0.895 X_1 + 0.484 X_2$
15	10,29,20	$-29.483 + 1.462 X_1 - 0.016 X_2$
16	29,20,8	$-99.505 + 3.703 X_1 - 0.965 X_2$
17	20,8,27	$-1.688 + 1.021 X_1 + 0.021 X_2$
18	8,27,28	$-4.671 + 1.797 X_1 - 0.542 X_2$
19	27,28,26	$3.367 + 0.350 X_1 + 0.479 X_2$
20	28,26,13	$-35.867 + 1.089 X_1 + 0.352 X_2$
21	26,13,4	$-99.825 + 1.608 X_1 + 0.664 X_2$
22	13,4,32	$-65.705 + 1.383 X_1 + 0.453 X_2$
23	4,32,30	$-18.323 + 0.364 X_1 + 0.711 X_2$
24	32,30,3	$-84.733 + 0.761 X_1 + 1.108 X_2$
25	30,3,11	$-871.380 + 12.885 X_1 + 0.448 X_2$
26	3,11,17	$-663.942 + 10.227 X_1 + 0.217 X_2$
27	11,17,15	$-340.759 + 4.446 X_1 + 1.130 X_2$
28	17,15,23	$-19.465 + 1.610 X_1 - 0.243 X_2$
29	15,23,22	$-5.329 + 1.002 X_1 + 0.069 X_2$
30	23,22,34	$72.208 - 0.087 X_1 + 0.083 X_2$
31	22,34,25	$3.717 + 0.283 X_1 + 0.529 X_2$
32	34,25,35	$20.171 + 0.036 X_1 + 0.537 X_2$
33	25,35,1	$7.470 + 0.183 X_1 + 0.565 X_2$
34	35,1,24	$2.620 + 0.228 X_1 + 0.584 X_2$

Sumber : Data yang telah diolah

6. Menghitung nilai G_i , yaitu dengan rumus : $G_i = \sum_{i=1}^m |z_i - a_i x_i - b_i y_i - c_i|$ pada (Lampiran VII), hasilnya sebagai berikut :

Tabel 4.18. Hasil Penghitungan G_i Metode Tiga Titik

No	Titik terpilih	G_i
1	p,31,6	76.14525
2	31,6,14	29.03537
3	6,14,33	26.62142
4	14,33,5	29.50465
5	33,5,19	52.57512
6	5,19,18	44.77351
7	19,18,12	32.14152
8	18,12,7	42.1917
9	12,7,9	80.6068
10	7,9,2	115.1223
11	9,2,21	30.40804
12	2,21,16	30.63329
13	21,16,10	259.146
14	16,10,29	31.88711
15	10,29,20	55.91993
16	29,20,8	176.7772
17	20,8,27	46.35043
18	8,27,28	107.2419
19	27,28,26	34.75026
20	28,26,13	29.99397
21	26,13,4	56.56016
22	13,4,32	33.62596
23	4,32,30	41.93001
24	32,30,3	118.3374
25	30,3,11	473.851
26	3,11,17	370.7973
27	11,17,15	166.9132
28	17,15,23	77.2078
29	15,23,22	44.42791
30	23,22,34	74.87211
31	22,34,25	35.66987
32	34,25,35	42.89523
33	25,35,1	38.49321
34	35,1,24	37.77188

Sumber : Data yang telah diolah

7. Setelah dihitung semua nilai G_i , kita bandingkan dengan nilai G_1 (G pertama yang melibatkan titik pusat), nilai G_i yang lebih kecil dari G_0

merupakan titik optimal, dari nilai tersebut nilai G_i yang terkecil merupakan fungsi linier yang parameternya paling optimal (untuk satu kali random).

8. Berdasarkan hasil penghitungan G_i pada Tabel 4.18 (**satu kali random**), nilai G_i yang merupakan fungsi linier yang parameternya paling optimal adalah G_3 , yaitu dengan nilai G_i sebesar 26,62142 dengan fungsi linier : $Y = -40,971 + 0,982 X_1 + 0,488 X_2$. Jadi, hasil estimasi parameter regresi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan dua peubah bebas (angka harapan hidup dan angka melek huruf) dengan metode *Least Absolute Deviation (LAD)* metode tiga titik adalah $Y = -40,971 + 0,982 X_1 + 0,488 X_2$. Berdasarkan persamaan regresi tersebut, dapat diketahui bahwa taksiran intersep (b_0) sebesar $-40,971$ dan taksiran parameter dari b_1 sebesar 0,982 dan b_2 sebesar 0,488.

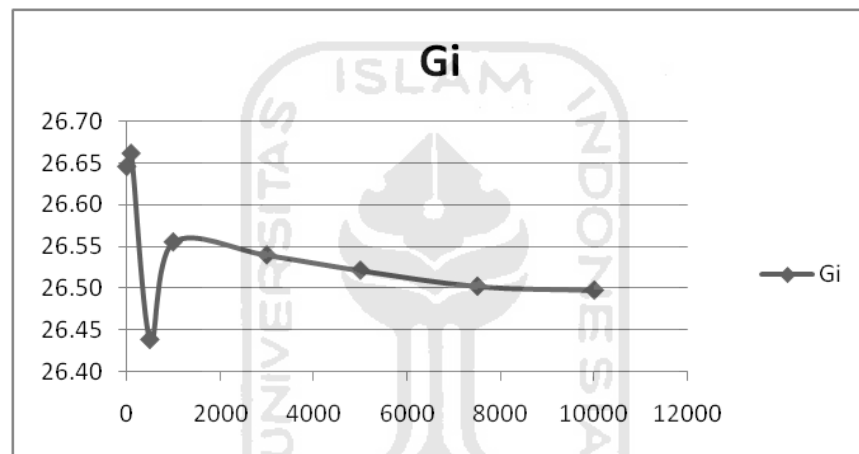
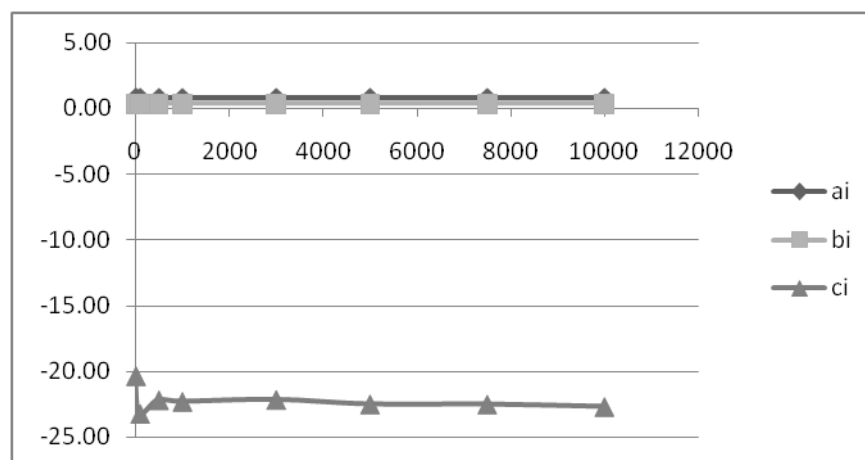
4.3.4. Metode Tiga Titik Dengan Program Macro Minitab

Berdasarkan langkah-langkah yang telah dijelaskan sebelumnya, untuk mendapatkan estimasi parameter yang paling maksimal atau mendekati nilai sebenarnya, maka dilakukan perulangan langkah-langkah sebelumnya untuk mendapatkan nilai G_i paling optimal. Berikut ini merupakan hasil running (perulangan) penghitungan G_i metode tiga titik dengan program Macro Minitab (Lampiran IX) :

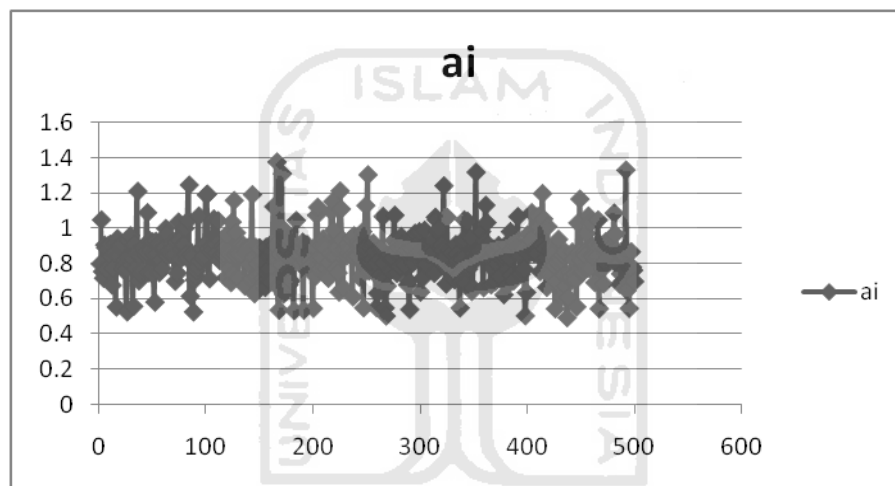
Tabel 4.19. Hasil Pengulangan Penghitungan G_i Metode Tiga Titik

No	Runing(kali)	a_i	b_i	c_i	G_i
1	10	0,87	0,34	-20,32	26,65
2	100	0,85	0,39	-23,21	26,66
3	500	0,85	0,38	-22,16	26,44
4	1000	0,85	0,39	-22,28	26,56
5	3000	0,85	0,38	-22,14	26,54
6	5000	0,85	0,39	-22,48	26,52
7	7500	0,85	0,39	-22,50	26,50
8	10000	0,85	0,39	-22,68	26,50

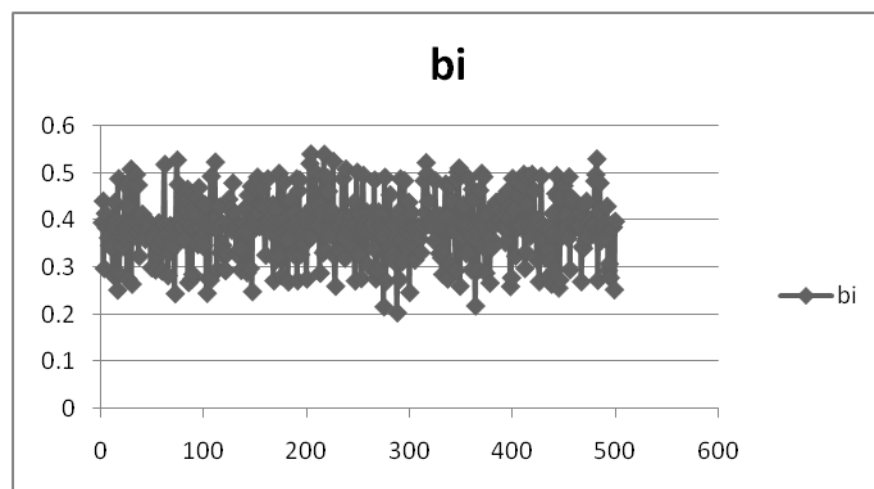
Sumber: Data yang telah diolah

Gambar 4.13. Grafik G_i Metode Tiga TitikGambar 4.14. Grafik a_i, b_i , dan c_i Metode Tiga Titik

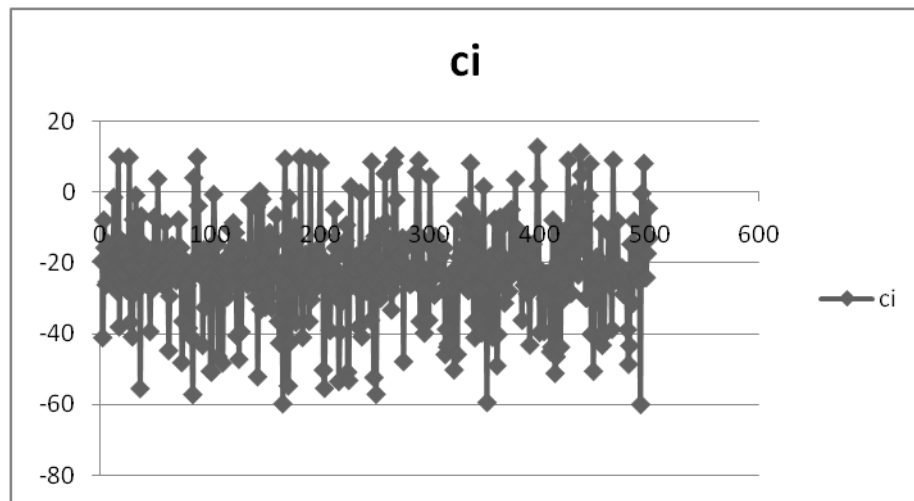
Berdasarkan Tabel 4.19 dan Gambar 4.13 serta Gambar 4.14 tersebut, dapat diambil kesimpulan bahwa untuk perulangan (running) penghitungan nilai G_i rata-rata metode tiga titik sebanyak 10, 100, 500, 1000, 3000, 5000, 7500 dan 10.000 kali diperoleh hasil bahwa, G_i bernilai konstan antara 26,50 -26,56. Sedangkan nilai estimasi parameter b_1 bernilai konstan sebesar 0,85 ,nilai estimasi parameter b_2 bernilai konstan antara 0,38 – 0,39 dan nilai estimasi intersep bernilai konstan antara -22,14 sampai dengan -22,68.



Gambar 4.15. Grafik a_i Pada Perulangan 500 Kali Metode Tiga Titik

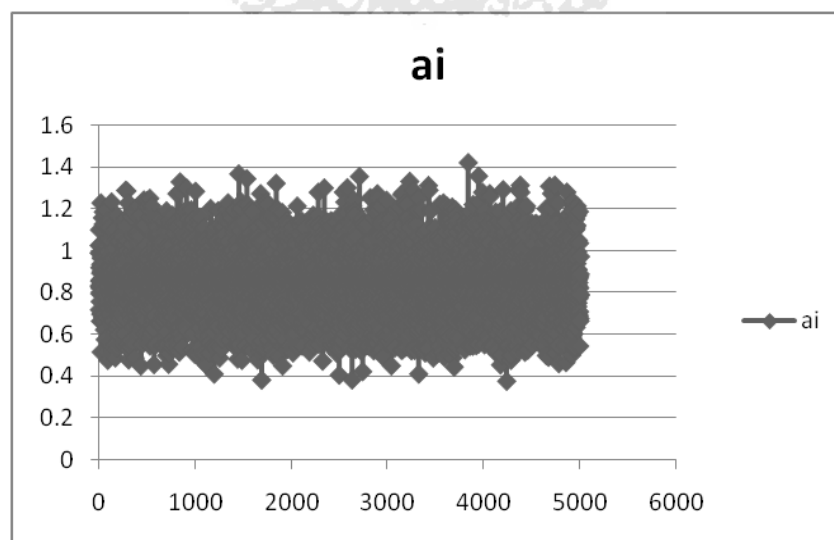


Gambar 4.16. Grafik b_i Pada Perulangan 500 Kali Metode Tiga Titik

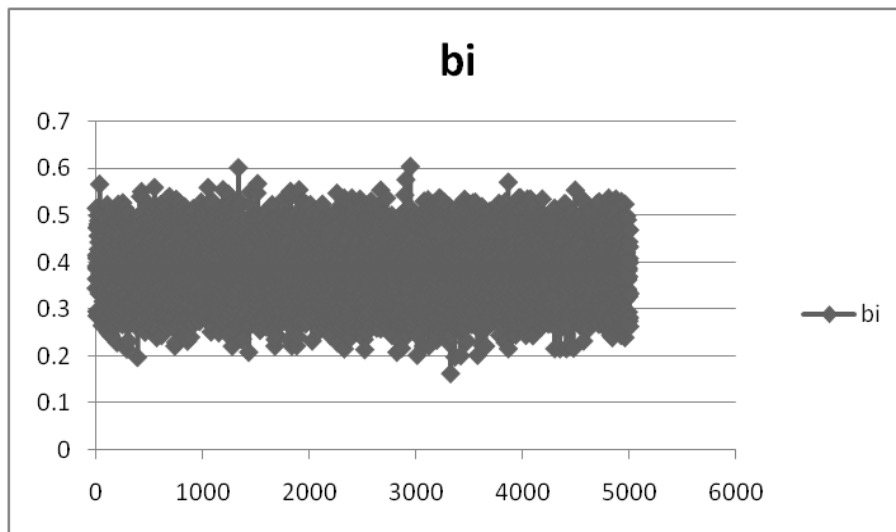


Gambar 4.17. Grafik c_i Pada Perulangan 500 Kali Metode Tiga Titik

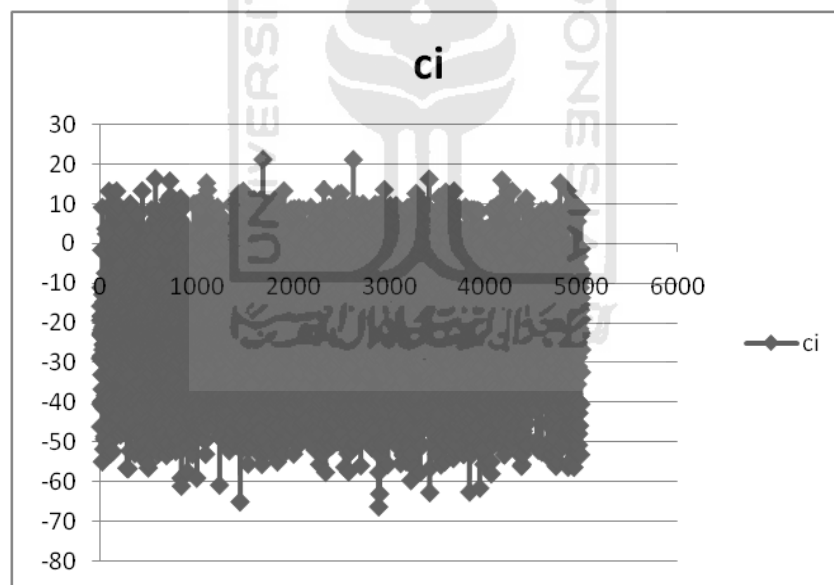
Berdasarkan Gambar 4.15, Gambar 4.16 dan Gambar 4.17 tersebut, dapat diambil kesimpulan bahwa untuk perulangan (running) penghitungan nilai G_i rata-rata metode tiga titik sebanyak 500 kali, diperoleh hasil bahwa nilai a_i bernilai konstan antara 0,7 – 0,9, nilai b_i bernilai konstan antara 0,34 – 0,40 dan nilai c_i bernilai konstan antara -20,00 sampai dengan -22,00.



Gambar 4.18. Grafik a_i Pada Perulangan 5000 Kali Metode Tiga Titik



Gambar 4.19. Grafik b_i Pada Perulangan 5000 Kali Metode Tiga Titik



Gambar 4.20. Grafik c_i Pada Perulangan 5000 Kali Metode Tiga Titik

Berdasarkan Gambar 4.18, Gambar 4.19 dan Gambar 4.20 tersebut, dapat diambil kesimpulan bahwa untuk perulangan (running) penghitungan nilai G_i rata-rata metode tiga titik sebanyak 5000 kali, diperoleh hasil bahwa nilai a_i bernilai

konstan antara 0,8 – 1,1 ,nilai b_i bernilai konstan antara 0,34 – 0,43 dan nilai c_i bernilai konstan antara -30,00 sampai dengan -22,00.

Untuk mengetahui nilai konstan estimasi parameter regresi dengan metode LAD tiga titik, yaitu nilai a_i , b_i , dan c_i digunakan nilai a_i , b_i , c_i dan G_i rata-rata pada setiap perulangan penghitungan G_i , sedangkan pada gambar perulangan 500 kali dan 5000 kali yang telah dijelaskan sebelumnya hanya digunakan untuk memberi gambaran contoh nilai konstan pada setiap perulangan penghitungan G_i tersebut.

4.4. Perbandingan Hasil Estimasi Parameter Metode LAD dengan Metode OLS

4.4.1. Satu Peubah Bebas

Berdasarkan hasil estimasi parameter regresi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan satu peubah bebas (pengeluaran riil per kapita disesuaikan) dengan menggunakan metode *Ordinary Least Square (OLS)* dan metode *Least Absolute Deviation (LAD)*, diperoleh hasil taksiran b dan intersep (a) sebagai berikut :

Tabel 4.20. Perbandingan Hasil Estimasi Parameter Dua Titik

No	Pembanding	Metode	
		OLS	LAD
1.	Fungsi Linier	$Y = -69,0 + 0,222 X$	$Y = -39,23 + 0,17 X$
2.	Intersep (a)	- 69,0	-39,23
3.	b	0,222	0,17

Sumber : Data yang telah diolah

Berdasarkan hasil estimasi parameter pada Tabel 4.20, dapat diambil kesimpulan bahwa fungsi linier regresi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan satu peubah bebas (pengeluaran riil per kapita disesuaikan) dengan metode *Least Absolute Deviation (LAD)* untuk penghitungan dengan program Macro Minitab, koefisien intersep (a) dan b nya lebih kecil bila dibandingkan dengan metode *Ordinary Least Square (OLS)*. Sedangkan, hasil penghitungan dengan manual satu kali random juga menunjukkan hal yang sama.

Menurut (Levent Sangun, 2006), dalam estimasi parameter regresi linier dengan metode OLS, digunakan $\sum e_i^2$ (jumlah kuadrat terkecil dari residual), sedangkan dalam estimasi parameter regresi linier dengan metode LAD, ditemukan suatu alternatif dengan menggunakan jumlah minimum/terkecil dari nilai absolut residual ($\sum |e_i|$). Sehingga apabila dibandingkan nilai $\sum e_i^2$ pada metode OLS dengan $\sum |e_i|$ pada metode LAD pada data (x_i, y_i) , dapat disajikan sebagai berikut :

Tabel 4.21. Hasil Penghitungan Konsep Residual

Metode OLS dan LAD Metode Dua Titik

No	x_i	y_i	Metode OLS		Metode LAD	
			$\hat{y}$	e_i^2	$\hat{y}$	e_i^2
1	633.5	71.39	71.637	0.061009	68.465	8.555625
2	630.75	72.27	71.0265	1.546292	67.9975	18.25426
3	630.44	71.51	70.95768	0.305057	67.9448	12.71065
4	632.76	69.63	71.47272	3.395617	68.3392	1.666165
5	632.43	70.73	71.39946	0.448177	68.2831	5.98732
6	633.61	71.88	71.66142	0.047777	68.4837	11.53485
7	629.26	70.08	70.69572	0.379111	67.7442	5.455962
8	633.26	71.76	71.58372	0.031075	68.4242	11.12756
9	629.49	70.44	70.74678	0.094114	67.7833	7.058055
10	643.92	73.41	73.95024	0.291859	70.2364	10.07174
11	644.6	73.29	74.1012	0.658045	70.352	8.631844
12	644.24	71.04	74.02128	8.88803	70.2908	0.561301
13	647.87	72.55	74.82714	5.185367	70.9079	2.696492
14	627.15	70.27	70.2273	0.001823	67.3855	8.32034
15	629.42	70.6	70.73124	0.017224	67.7714	8.000978
16	637.29	70.14	72.47838	5.468021	69.1093	1.062342
17	640.28	71.55	73.14216	2.534973	69.6176	3.73417
18	643.48	72.72	73.85256	1.282692	70.1616	6.545411
19	635.9	72.57	72.1698	0.16016	68.873	13.66781
20	631.04	72.45	71.09088	1.847207	68.0468	19.38817
21	631.72	72.1	71.24184	0.736439	68.1624	15.50469
22	633.14	73.66	71.55708	4.422273	68.4038	27.62764
23	633.87	73.85	71.71914	4.540564	68.5279	28.32475
24	635.7	70.07	72.1254	4.224669	68.839	1.515361
25	628.82	69.84	70.59804	0.574625	67.6694	4.711504
26	638.79	70.83	72.81138	3.925867	69.3643	2.148276
27	634.26	69.02	71.80572	7.760236	68.5942	0.181306
28	637.09	70.08	72.43398	5.541222	69.0753	1.009422
29	633.23	67.69	71.57706	15.10924	68.4191	0.531587
30	648.06	76.37	74.86932	2.25204	70.9402	29.48273
31	648.23	77.49	74.90706	6.671579	70.9691	42.52214
32	644.65	76.11	74.1123	3.990805	70.3605	33.05675
33	644.63	76.9	74.10786	7.796046	70.3571	42.80954
34	636.28	74.01	72.25416	3.082974	68.9376	25.72924
35	648.66	73.63	75.00252	1.883811	71.0422	6.696709
Jumlah			$\sum e_i^2 = 105.156$		$\sum e_i^2 = 426.883$	

Sumber : Data yang telah diolah

Berdasarkan Tabel 4.21, dapat dijelaskan bahwa dalam metode OLS, konsep residual untuk mengestimasi parameter regresi linier adalah dengan $\sum e_i^2$, dimana dalam studi kasus untuk satu peubah bebas di atas diperoleh hasil $\sum e_i^2 = 105,156$. Sedangkan dalam metode LAD, diperoleh hasil $\sum e_i^2$ sebesar 426.883. Sehingga, dapat disimpulkan bahwa jumlah kuadrat error pada metode LAD dua titik lebih besar daripada metode OLS.

4.4.2. Dua Peubah Bebas

Berdasarkan hasil estimasi parameter regresi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan dua peubah bebas (angka harapan hidup dan angka melek huruf) dengan menggunakan metode *Ordinary Least Square (OLS)* dan Metode *Least Absolute Deviation (LAD)*, diperoleh hasil taksiran b_1 , b_2 dan intersep sebagai berikut :

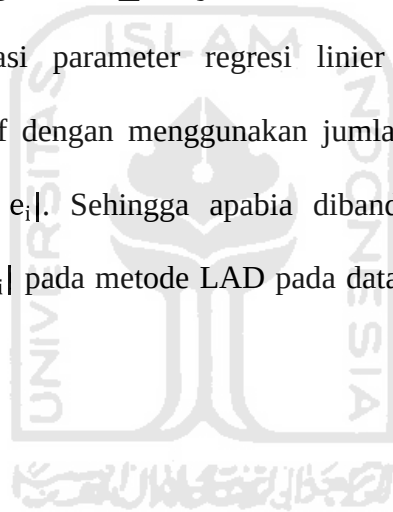
Tabel 4.22. Perbandingan Hasil Estimasi Parameter Tiga Titik

No	Pembanding	Metode	
		OLS	LAD
1.	Fungsi Linier	$Y = - 21,8 + 0,817 X_1 + 0,402 X_2$	$Y = - 22,42 + 0,85 X_1 + 0,39 X_2$
2.	Intersep	- 21,8	- 22,42
3.	b_1	0,817	0,85
4.	b_2	0,402	0,39

Sumber : Data yang telah diolah

Berdasarkan hasil estimasi parameter pada Tabel 4.22, dapat diambil kesimpulan bahwa fungsi linier regresi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan dua peubah bebas (angka harapan hidup dan angka melek huruf) dengan metode *Least Absolute Deviation (LAD)* untuk penghitungan dengan program Macro Minitab, koefisien b_1 , b_2 , dan intersepnya hampir mendekati nilai estimasi dengan metode *Ordinary Least Square (OLS)*.

Menurut (Levent Sangun, 2006), dalam estimasi parameter regresi linier dengan metode OLS, digunakan $\sum e_i^2$ (jumlah kuadrat terkecil dari residual), sedangkan dalam estimasi parameter regresi linier dengan metode LAD, ditemukan suatu alternatif dengan menggunakan jumlah minimum/terkecil dari nilai absolute residual $\sum |e_i|$. Sehingga apabila dibandingkan nilai $\sum e_i^2$ pada metode OLS dengan $\sum |e_i|$ pada metode LAD pada data (x_i, y_i, z_i) , dapat disajikan sebagai berikut :



Tabel 4.23. Hasil Penghitungan Konsep Residual

Metode OLS dan LAD Metode Tiga Titik

No	x_i	y_i	z_i	Metode OLS		Metode LAD	
				$\hat{y}$	e_i^2	$\hat{y}$	e_i^2
1	70.51	90.28	71.39	72.09923	0.503007	72.7227	1.776089
2	69.67	93.98	72.27	72.90035	0.397341	73.4517	1.396415
3	69.94	93.02	71.51	72.73502	1.500674	73.3068	3.22849
4	68.88	88.43	69.63	70.02382	0.155094	70.6157	0.971604
5	69.26	90.4	70.73	71.12622	0.15699	71.707	0.954529
6	70.27	89.78	71.88	71.70215	0.031631	72.3237	0.19687
7	69.74	89.27	70.08	71.06412	0.968492	71.6743	2.541792
8	70.07	91.35	71.76	72.16989	0.16801	72.766	1.012036
9	70.3	85.97	70.44	70.19504	0.060005	70.8633	0.179183
10	71.33	89.7	73.41	72.53601	0.763859	73.1935	0.046872
11	70.17	90.38	73.29	71.86165	2.040184	72.4727	0.667979
12	72.21	82.14	71.04	70.21585	0.679223	70.9931	0.0022
13	72.13	84.96	72.55	71.28413	1.602427	72.0249	0.27573
14	72.37	82.26	70.27	70.39481	0.015578	71.1759	0.820655
15	69.57	90.36	70.6	71.36341	0.582795	71.9549	1.835754
16	71.2	83.19	70.14	69.81278	0.107073	70.5441	0.163297
17	70.02	89.43	71.55	71.3572	0.037172	71.9747	0.18037
18	72.77	86.38	72.72	72.37785	0.117067	73.1227	0.162167
19	69.57	92.48	72.57	72.21565	0.125564	72.7817	0.044817
20	70.71	93.09	72.45	73.39225	0.887835	73.9886	2.36729
21	71.04	90.95	72.1	72.80158	0.492214	73.4345	1.78089
22	72.4	93.62	73.66	74.98604	1.758382	75.6318	3.887995
23	72.43	95.94	73.85	75.94319	4.381444	76.5621	7.355486
24	68.1	88.96	70.07	69.59962	0.221257	70.1594	0.007992
25	69.88	87.74	69.84	70.56344	0.523365	71.1966	1.840364
26	68.73	90.6	70.83	70.77361	0.00318	71.3345	0.25452
27	67.46	87.75	69.02	68.59032	0.184625	69.1435	0.015252
28	68.49	89.21	70.08	70.01875	0.003752	70.5884	0.258471
29	67.37	85.21	67.69	67.49571	0.037749	68.0764	0.149305
30	70.17	97.25	76.37	74.62339	3.050646	75.152	1.483524
31	72.07	96.67	77.49	75.94253	2.394663	76.5408	0.900981
32	70.92	96.5	76.11	74.93464	1.381471	75.497	0.375769
33	72.07	96.44	76.9	75.85007	1.102353	76.4511	0.201511
34	70.16	95.48	74.01	73.90368	0.011304	74.4532	0.196426
35	68.56	94.88	73.63	72.35528	1.624911	72.8592	0.594133
Jumlah				$\sum e_i^2 = 28.07134$		$\sum e_i^2 = 38.12676$	

Sumber : Data yang telah diolah

Berdasarkan Tabel 4.23, dapat dijelaskan bahwa dalam metode OLS, konsep residual untuk mengestimasi parameter regresi linier adalah dengan $\sum e_i^2$, dimana dalam studi kasus untuk satu peubah bebas di atas diperoleh hasil $\sum e_i^2 = 28,07134$. Sedangkan dalam metode LAD, diperoleh hasil $\sum e_i^2$ sebesar 38,12676. Sehingga, dapat disimpulkan bahwa jumlah kuadrat error pada metode LAD tiga titik lebih besar daripada metode OLS.



BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

Dari hasil analisis dan pembahasan, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Hasil estimasi parameter regresi IPM Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan menggunakan metode LAD untuk penghitungan **manual satu kali random**, antara lain :
 - a. Dengan metode dua titik, diperoleh hasil estimasi parameter regresi IPM Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan satu peubah bebas (pengeluaran riil per kapita disesuaikan) dengan metode LAD adalah $Y = -23,82 + 0,15 X$.
 - b. Dengan metode tiga titik, diperoleh hasil estimasi parameter regresi IPM di Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan dua peubah bebas (angka harapan hidup dan angka melek huruf) dengan metode LAD adalah $Y = -40,971 + 0,982 X_1 + 0,488 X_2$.
2. Berdasarkan hasil perulangan (**running**) penghitungan G_i metode LAD sebanyak 10, 100, 500, 1000, 3000, 5000, 7500 dan 10.000 kali dengan program Macro Minitab, dapat disimpulkan bahwa:
 - a. Dengan metode dua titik, diperoleh hasil G_i bernilai konstan antara 48,70 – 48,74 sedangkan nilai estimasi parameter b bernilai konstan sebesar 0,17

dan nilai estimasi intersep bernilai konstan antara -39,47 sampai dengan -38,94. Rata-ratanya adalah $Y = -39,23 + 0,17 X$.

- b. Dengan metode tiga titik, diperoleh hasil G_i bernilai konstan antara 26,50 - 26,56, sedangkan nilai estimasi parameter b_1 bernilai konstan sebesar 0,85, nilai estimasi b_2 bernilai konstan antara 0,38 – 0,39, dan nilai estimasi intersep bernilai konstan antara -22,14 sampai dengan -22,68. Rata-ratanya adalah $Y = -22,42 + 0,85 X_1 + 0,39 X_2$.

3. Hasil estimasi parameter regresi IPM Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan menggunakan metode OLS antara lain :

- a. Dengan satu peubah bebas, diperoleh hasil estimasi regresi IPM dengan metode OLS adalah $Y = -69,0 + 0,222 X$.
- b. Dengan dua peubah bebas, diperoleh hasil estimasi regresi IPM dengan dua peubah bebas dengan menggunakan metode OLS adalah $Y = -21,8 + 0,817 X_1 + 0,402 X_2$.

4. Perbandingan hasil yang diperoleh dalam estimasi parameter regresi IPM Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 menggunakan metode LAD untuk penghitungan dengan program Macro Minitab bila dibandingkan dengan hasil estimasi parameter regresi linier dengan metode OLS, antara lain :

- a. Dengan satu peubah bebas, dapat diambil kesimpulan bahwa fungsi linier regresi IPM Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan metode LAD, koefisien intersep dan b nya lebih kecil bila dibandingkan dengan metode OLS.

- b. Dengan dua peubah bebas, dapat diambil kesimpulan bahwa fungsi linier regresi IPM Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan metode LAD, koefisien b_1 , b_2 , dan intersepnya hampir mendekati nilai hasil estimasi dengan metode OLS.
5. Berdasarkan rata-rata hasil estimasi parameter regresi metode LAD melalui penghitungan dengan program Macro Minitab yang bernilai konstan, dapat diketahui bahwa jumlah kuadrat error metode LAD lebih besar daripada metode OLS.
6. Meskipun metode LAD menghasilkan jumlah kuadrat error yang lebih besar dari metode OLS, namun metode LAD lebih cocok digunakan pada data pengamatan dari laboratorium yang berskala kecil dan mengandung *outlier*/pencilan data.

5.2. Saran

Berdasarkan kesimpulan, dapat dikemukakan beberapa saran yang kiranya bermanfaat untuk kedepannya, antara lain :

1. Dengan diketahuinya hasil estimasi parameter regresi linier dengan metode LAD, maka diharapkan ke depannya metode LAD ini dapat dimanfaatkan oleh pengguna analisis dengan lebih optimal lagi untuk menyelesaikan kasus-kasus yang membutuhkan analisis regresi linier.
2. Dengan diketahui masih adanya kelemahan-kelemahan dalam metode estimasi parameter regresi linier dengan metode LAD, diharapkan ke depannya penulis dapat membuat program untuk membantu penghitungan

metode LAD apabila dihadapkan dengan analisis data dalam jumlah besar serta untuk mendapatkan hasil estimasi parameter regresi yang lebih optimal.

3. Dengan dibahasnya prosedur dari metode LAD dalam contoh studi kasus, maka diharapkan ke depannya akan berkembang lagi metode-metode estimasi regresi linier yang lebih efisien, sehingga dapat menambah pengetahuan bagi pengguna analisis tersebut.



DAFTAR PUSTAKA

- BPS Propinsi Jawa Barat. 2006. *Penyusunan Data Basis Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Propinsi Jawa Barat Tahun 2006*. http://60.253.96.9/docs/publikasi_data_, Diunduh Tanggal 9 Oktober 2011, Pukul 15.00 WIB.
- BPS Propinsi Jawa Tengah. 2011. *Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Menurut Kabupaten/Kota di Propinsi Jawa Tengah Tahun 2009*. <http://www.jateng.bps.go.id>, Diunduh Tanggal 8 Desember 2011, Pukul 14.30 WIB.
- Hasan, Iqbal. 1999. *Pokok-Pokok Materi Statistik 1*. Jakarta : BUMI AKSARA.
- Irawan, Nur dan Puji Astuti, Septin . 2006. *Mengolah Data Statistik Dengan Mudah Menggunakan Minitab 14*. Yogyakarta : CV.ANDI OFFSET.
- Kurniawan, Dedy. 2008. *Regresi Linier (Linear Regression)*. <http://ineddeni.wordpress.com>, Diunduh Tanggal 12 November 2011 Pukul 14.40 WIB.
- Kuzmanovic I, Sabo K, Scitovski R, dan Vazler I. 2009. *The Best Least Absolute Deviation Linear Regression : Properties And Two Efficient Methods*. Journal Of Applied Mathematics.Vol.2, No.(3), Hal:228-239, <http://www.mathos.hr>, Diunduh Tanggal 22 Oktober 2011, Pukul 13.00 WIB.

Sangun, Levent., Cankaya, Soner., Gokce, Gokhan., dan Atil, Hulya. 2006. A *Comparative Study Of Least Square Method and Least Absolute Deviation Method for Parameters Estimation in Length-Weight Relationship for White Grouper* , Journal Of Biological Sciences, Vol.9, No.(15) :2919-2921.

Sembiring, RK. 2003. *Analisis Regresi*. Bandung : Penerbit ITB.

Walpole, Ronald E dan Myers, Raymond H. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika Untuk Insinyur dan Ilmuwan*. Bandung : Penerbit ITB.

Wikipedia. 2011. *Least Absolute Deviation (LAD)*. <http://www.wikipedia.com>, Diunduh Tanggal 12 November 2011, Pukul 13.00 WIB.

Wiwik. 2007. *Least Square*. <http://www.oc.its.ac.id>, Diunduh Tanggal 12 November 2011, Pukul 13.30 WIB.

RINGKASAN TUGAS AKHIR



ESTIMASI PARAMETER REGRESI LINIER DENGAN METODE *LEAST ABSOLUTE DEVIATION* (*LAD*)

(Studi Kasus : Indeks Pembangunan Manusia Propinsi Jawa Tengah Tahun 2009)

ABSTRAK

Dalam estimasi regresi linier, selama ini dikenal dengan menggunakan metode Ordinary Least Square (OLS). Metode OLS ini sangat peka terhadap penyimpangan-penyimpangan asumsi pada data, terutama asumsi kenormalan residual pada data. Maka berkembanglah metode Least Absolute Deviation (LAD), dimana dalam metode ini terdapat dua metode untuk mengestimasi parameter regresi linier yang lebih kuat terhadap “outlier data” yaitu metode dua titik dan metode tiga titik. Dalam penelitian ini menggunakan studi kasus Indeks Pembangunan Manusia Propinsi Jawa Tahun 2009, yang diperoleh dari BPS Propinsi Jawa Tengah. Dengan diketahuinya hasil estimasi parameter regresi metode LAD pada studi kasus tersebut, maka dapat dibandingkan dengan hasil estimasi parameter metode OLS. Hasil penelitian menunjukkan bahwa hasil estimasi parameter LAD metode dua titik adalah $Y = -39,23 + 0,17 X$, sedangkan dengan metode OLS adalah $Y = - 69.0 + 0.222 X$. Kemudian, hasil estimasi parameter LAD metode tiga titik adalah $Y = - 22,42 + 0,85 X_1 + 0,39 X_2$, sedangkan dengan metode OLS adalah $Y = - 21.8 + 0.817 X_1 + 0.402 X_2$. Berdasarkan hasil estimasi parameter regresi tersebut, dapat diketahui jumlah kuadrat eror metode LAD lebih besar daripada metode OLS.

Kata kunci : Parameter, Regresi, OLS, LAD

BAB I. PENDAHULUAN

1.5. Latar Belakang Masalah

Regresi merupakan suatu alat ukur yang juga digunakan untuk mengukur ada atau tidaknya korelasi antar variabel. Regresi linier adalah regresi yang variabel bebasnya (variabel X) berpangkat paling tinggi satu. Jenis regresi linier yaitu, regresi linier sederhana dan regresi linier berganda. Regresi linier sederhana yaitu, regresi linier yang hanya melibatkan dua variabel (variabel X dan Y),

sedangkan regresi linier berganda adalah regresi linier yang melibatkan lebih dari dua variabel prediktor (variabel bebas) (Iqbal, 1999).

Parameter regresi biasanya diduga melalui teknik perhitungan yang disebut *Ordinary Least Square (OLS)* atau metode kuadrat terkecil. Namun, metode *Ordinary Least Square* sangat peka terhadap penyimpangan-penyimpangan asumsi pada data. Asumsi normalitas sering kali dilanggar, pada saat data mengandung pencilan (*outlier*). Akhirnya metode kuadrat terkecil dianggap kurang tepat untuk menganalisis sejumlah data yang tidak simetris, maka berkembanglah metode *Least Absolute Deviation (LAD)*.

Menurut (Kuzmanovic et al., 2009), dalam makalahnya yang berjudul *The Best Least Absolute Deviation Linear Regression : Properties and Two Efficient Methods*, menjelaskan bahwa metode *Least Absolute Deviation* memiliki dua metode yang efisien untuk mengestimasi parameter regresi linier yaitu dengan metode dua titik dan metode tiga titik. Metode ini meminimalkan jumlah kesalahan absolute (penjumlahan nilai absolute dari “residu” vertikal antara titik-titik yang dihasilkan oleh fungsi dan titik yang sesuai dalam data). Kelebihannya adalah LAD tahan terhadap outlier pada data. Dalam penelitian ini, penulis mengambil studi kasus dalam bidang sosial ekonomi, yaitu mengenai regresi indeks pembangunan manusia (IPM) Propinsi Jawa Tengah tahun 2009.

1.6. Tujuan Penelitian

Untuk mengetahui hasil estimasi parameter regresi Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan menggunakan metode

Least Absolute Deviation (LAD) yang kemudian dibandingkan dengan metode *Ordinary Least Square (OLS)*.

BAB II. LANDASAN TEORI

2.1. Regresi Linier

Regresi linier adalah metode statistika yang digunakan untuk membentuk model hubungan antara variabel terikat (dependen; respon; Y) dengan satu atau lebih variabel bebas (independen, prediktor, X). Apabila banyaknya variabel bebas hanya ada satu, disebut sebagai regresi linier sederhana, sedangkan apabila terdapat lebih dari satu variabel bebas, disebut sebagai regresi linier berganda. (Dedy, 2008)

Regresi linier sederhana, yaitu regresi linier yang hanya terdapat satu peubah bebas x dan satu peubah acak terikat Y , datanya dapat disajikan sebagai pasangan pengamatan $\{ (x_i, y_i); i = 1, 2, \dots, n \}$. Setiap pengamatan (x_i, y_i) dalam sampel memenuhi hubungan $y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$. Regresi linier berganda hampir sama dengan regresi linier sederhana, hanya saja pada regresi linier berganda variabel bebasnya lebih dari satu variabel penduga.

2.2. Metode *Ordinary Least Square (OLS)*

Metode *Ordinary Least Square* merupakan suatu teknik penyelesaian masalah untuk melakukan analisa apakah terdapat hubungan antara dua variabel yang ditinjau, seberapa kuat hubungan yang terjadi. Metode kuadrat terkecil merupakan cara meminimuman untuk menaksir parameter. Jadi a dan b dicari dengan meminimumkan jumlah kuadrat galat (JKG), yaitu :

$$JKG = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_1 X_i)^2$$

$$b_0 = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n Y_i - b_1 \sum_{i=1}^n X_i \right) = \bar{Y} - b_1 \bar{X}$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - \bar{Y} \sum_{i=1}^n X_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - \bar{X} \sum_{i=1}^n X_i} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n \bar{X} \bar{Y}}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n \bar{X}^2} = \frac{S_{XY}}{S_{XX}}$$

2.3. Metode Least Absolute Deviation (LAD)

Least Absolute Deviation (LAD) atau juga disebut norma l_1 adalah suatu metode yang sama dengan Least Square yang mencoba untuk menemukan fungsi yang sangat erat untuk mendekati suatu set data. Untuk mencari nilai-nilai estimasi parameter yang tidak diketahui dapat dilakukan dengan meminimalkan jumlah nilai absolut dari residual (G atau S)

2.3.1. Metode Dua Titik

Untuk mencari estimasi parameternya langkah – langkah penyelesaiannya antara lain :

1. Data y_i diurutkan dari nilai minimum ke maksimum: $y_{i \in I} \min < y_{i \in I} \max$
2. Kemudian kita hitung nilai dari ω , x_p , dan y_p , $\omega = \sum_{i=1}^m \omega_i$, $x_p = \frac{1}{\omega} \sum_{i=1}^m \omega_i x_i$

$$y_p = \frac{1}{\omega} \sum_{i=1}^m \omega_i y_i$$

3. Pilih secara random tanpa pengembalian satu per satu titik pada (x_i, y_i)
4. Titik pusat (x_p, y_p) sebagai titik pertama, titik hasil random sebagai titik kedua

5. Hitung nilai a_i dan b_i .

$$a_i = \frac{y_p - y_{i1}}{x_p - x_{i1}}, b_i = -a_i x_p + y_p, f_i(x; a) = a_i(x - x_p) + y_p$$

6. Hitung nilai G_i .

$$G_i = \sum_{i=1}^m \omega_i |y_i - a_i x_i - b_i|$$

7. Nilai G_i paling minimum merupakan persamaan estimasi parameter paling optimal.

2.3.2. Metode Tiga Titik

Untuk mencari estimasi parameternya langkah – langkah penyelesaiannya antara lain :

1. Data y_i diurutkan dari nilai minimum ke maksimum: $y_i \min_{i \in I} < y_i \max_{i \in I}$
2. Kemudian kita hitung nilai dari x_p, y_p , dan z_p , $x_p = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i, y_p = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_i, z_p = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m z_i$
3. Pilih secara random tanpa pengembalian, dua titik sekaligus kemudian satu per satu titik pada (x_i, y_i, z_i)
4. Titik pusat (x_p, y_p, z_p) sebagai titik pertama, titik hasil random sebagai titik kedua dan ketiga
5. Hitung nilai a_i, b_i , dan c_i .

$$a_i = \frac{z_{i2} - z_p - \frac{z_{i1} - z_p}{y_{i1} - y_p} (y_{i2} - y_p)}{x_{i2} - x_p - \frac{x_{i1} - x_p}{y_{i1} - y_p} (y_{i2} - y_p)}, b_i = \frac{z_{i2} - z_p}{y_{i2} - y_p} - a_i \frac{x_{i2} - x_p}{y_{i2} - y_p}$$

$$c_i = z_p - a_i x_p - b_i y_p, f_i(x; a) = a_i(x - x_p) + b_i(y - y_p) + z_p$$

6. Hitung nilai G_i .

$$G_i = G(a_i, b_i, c_i) = \sum_{i=1}^m |z_i - a_i x_i - b_i y_i - c_i|$$

7. Nilai G_i paling minimum merupakan persamaan estimasi parameter paling optimal.

2.4. Indikator Indeks Pembangunan Manusia (IPM)

IPM adalah suatu indikator pembangunan manusia yang diperkenalkan UNDP pada tahun 1990. Pada dasarnya IPM mencakup tiga komponen yang dianggap mendasar bagi manusia dan secara operasional mudah dihitung untuk menghasilkan suatu ukuran yang merefleksikan upaya pembangunan manusia. Ketiga aspek tersebut berkaitan dengan peluang hidup (*longevity*), pengetahuan (*knowledge*), dan hidup layak (*decent living*).

BAB III. PEMBAHASAN

3.1. Satu Peubah Bebas

Tabel 3.1. Variabel X dan Y dalam Regresi

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Propinsi Jawa Tengah Tahun 2009

No	X	Y
1	633.5	71.39
2	630.75	72.27
3	630.44	71.51
4	632.76	69.63
5	632.43	70.73
6	633.61	71.88
7	629.26	70.08
8	633.26	71.76
9	629.49	70.44
10	643.92	73.41
11	644.6	73.29
12	644.24	71.04
13	647.87	72.55

14	627.15	70.27
15	629.42	70.6
16	637.29	70.14
17	640.28	71.55
18	643.48	72.72
19	635.9	72.57
20	631.04	72.45
21	631.72	72.1
22	633.14	73.66
23	633.87	73.85
24	635.7	70.07
25	628.82	69.84
26	638.79	70.83
27	634.26	69.02
28	637.09	70.08
29	633.23	67.69
30	648.06	76.37
31	648.23	77.49
32	644.65	76.11
33	644.63	76.9
34	636.28	74.01
35	648.66	73.63

Sumber : BPS Propinsi Jawa Tengah

3.2. Dua Peubah Bebas

Tabel 3.2. Variabel X, Y dan Z dalam Regresi

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) Propinsi Jawa Tengah Tahun 2009

No	X	Y	Z
1	67.37	85.21	67.69
2	67.46	87.75	69.02
3	68.88	88.43	69.63
4	69.88	87.74	69.84
5	68.1	88.96	70.07
6	69.74	89.27	70.08
7	68.49	89.21	70.08
8	71.2	83.19	70.14
9	72.37	82.26	70.27
10	70.3	85.97	70.44
11	69.57	90.36	70.6
12	69.26	90.4	70.73
13	68.73	90.6	70.83
14	72.21	82.14	71.04

15	70.51	90.28	71.39
16	69.94	93.02	71.51
17	70.02	89.43	71.55
18	70.07	91.35	71.76
19	70.27	89.78	71.88
20	71.04	90.95	72.1
21	69.67	93.98	72.27
22	70.71	93.09	72.45
23	72.13	84.96	72.55
24	69.57	92.48	72.57
25	72.77	86.38	72.72
26	70.17	90.38	73.29
27	71.33	89.7	73.41
28	68.56	94.88	73.63
29	72.4	93.62	73.66
30	72.43	95.94	73.85
31	70.16	95.48	74.01
32	70.92	96.5	76.11
33	70.17	97.25	76.37
34	72.07	96.44	76.9
35	72.07	96.67	77.49

Sumber : BPS Propinsi Jawa Tengah

3.3. Hasil Estimasi Parameter Satu Peubah Bebas

3.3.1. Estimasi Parameter dengan Metode *Ordinary Least Square (OLS)*

Dalam estimasi regresi IPM dengan satu peubah bebas dengan metode OLS, diperoleh output dengan Minitab 14 (Lampiran II) sebagai berikut : $Y = - 69,0 + 0,222 X$

Berdasarkan persamaan regresi tersebut, dapat diketahui bahwa taksiran intersep sebesar -69,0 dan taksiran parameter dari b sebesar 0,222. Artinya bahwa apabila pengeluaran per kapita meningkat sebesar 1000 rupiah, maka indeks pembangunan manusia yang dihasilkannya rata-rata akan meningkat pula sebesar

0,222 kali. Angka -69,0 menunjukkan bahwa jika pengeluaran per kapita bernilai 0 (nol), maka nilai indeks pembangunan manusia adalah -69,0.

3.3.2. Estimasi Parameter dengan Metode *Least Absolute Deviation (LAD)*

Berdasarkan hasil penghitungan G_i secara manual satu kali random, nilai G_i yang merupakan fungsi linier yang parameternya paling optimal adalah G_{32} , yaitu dengan nilai G_i sebesar 48,46574 dengan fungsi linier : $Y = -23,82 + 0,15 X$.

Jadi, hasil estimasi parameter regresi IPM di Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan satu peubah bebas (pengeluaran riil per kapita disesuaikan) dengan metode LAD metode dua titik adalah $Y = -23,82 + 0,15 X$. Berdasarkan persamaan regresi tersebut, dapat diketahui bahwa taksiran intersep sebesar -23,82 dan taksiran parameter dari b_1 sebesar 0,15.

Berdasarkan hasil perulangan (**running**) penghitungan G_i metode LAD sebanyak 10, 100, 500, 1000, 3000, 5000, 7500 dan 10.000 kali dengan program Macro Minitab, diperoleh hasil G_i bernilai konstan antara 48,70 – 48,74 sedangkan nilai estimasi parameter b_1 bernilai konstan sebesar 0,17 dan nilai estimasi intersep bernilai konstan antara -39,47 sampai dengan -38,94. Apabila diambil rata-rata pada nilai konstan tersebut, akan diperoleh persamaan regresi linier $Y = -39,23 + 0,17 X$.

3.4. Hasil Estimasi Dua Peubah Bebas

3.4.1. Estimasi Parameter dengan Metode *Ordinary Least Square (OLS)*

Dalam estimasi regresi IPM dengan dua peubah bebas dengan menggunakan metode OLS , diperoleh output dengan Minitab 14 (Lampiran V) sebagai berikut :

Persamaan regresinya adalah : $Y = - 21,8 + 0,817 X_1 + 0,402 X_2$

Berdasarkan persamaan regresi tersebut, dapat diketahui bahwa taksiran intersep sebesar -21.8 dan taksiran parameter dari b_1 sebesar 0,817 serta taksiran parameter dari b_2 sebesar 0,402 . Artinya bahwa apabila angka harapan hidup meningkat sebesar 1 tahun dan angka melek huruf meningkat sebesar 1 %, maka indeks pembangunan manusia yang dihasilkannya rata-rata akan meningkat pula sebesar 0,817 kali untuk angka harapan hidup dan 0,402 kali untuk angka melek huruf. Angka – 21,8 menunjukkan bahwa jika angka harapan hidup dan angka melek huruf bernilai 0 (nol), maka nilai indeks pembangunan manusia adalah - 21,8.

3.4.2. Estimasi Parameter dengan Metode *Least Absolute Deviation* (LAD)

Berdasarkan hasil penghitungan G_i secara manual satu kali random, nilai G_i yang merupakan fungsi linier yang parameternya paling optimal adalah G_2 , yaitu dengan nilai G_i sebesar 26,62142 dengan fungsi linier : $Y = - 40,971 + 0,982 X_1 + 0,488 X_2$. Jadi, hasil estimasi parameter regresi IPM di Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan dua peubah bebas (angka harapan hidup dan angka melek huruf) dengan metode LAD metode tiga titik adalah $Y = - 40,971 + 0,982 X_1 + 0,488 X_2$. Berdasarkan persamaan regresi tersebut, dapat diketahui bahwa taksiran intersep sebesar – 40,971 dan taksiran parameter dari b_1 sebesar 0,982 dan b_2 sebesar 0,488.

Berdasarkan hasil perulangan (**running**) penghitungan G_i metode LAD sebanyak 10, 100, 500, 1000, 3000, 5000, 7500 dan 10.000 kali dengan program Macro Minitab, diperoleh hasil G_i bernilai konstan antara 26,50 -26,56 ,sedangkan

nilai estimasi parameter b_1 bernilai konstan sebesar 0,85 ,nilai estimasi b_2 bernilai konstan antara 0,38 – 0,39 ,dan nilai estimasi intersep bernilai konstan antara - 22,14 sampai dengan -22,68. Apabila diambil rata-rata pada nilai konstan tersebut, akan diperoleh persamaan regresi linier $Y = - 22,42 + 0,85 X_1 + 0,39 X_2$.

3.5. Perbandingan Hasil Estimasi Regresi Dengan OLS dan LAD

Perbandingan hasil yang diperoleh dalam estimasi parameter regresi IPM Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 menggunakan metode LAD untuk penghitungan dengan program Macro Minitab bila dibandingkan dengan hasil estimasi parameter regresi linier dengan metode OLS, antara lain :

- c. Dengan satu peubah bebas, dapat diambil kesimpulan bahwa fungsi linier regresi IPM di Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan metode LAD, koefisien intersep dan b nya lebih kecil bila dibandingkan dengan metode OLS,
- d. Dengan dua peubah bebas, dapat diambil kesimpulan bahwa fungsi linier regresi IPM di Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan dua peubah bebas (angka harapan hidup dan angka melek huruf) dengan metode LAD, koefisien b_1, b_2 , dan intersepnya hampir mendekati nilai estimasi metode OLS.
- e. Berdasarkan rata-rata hasil estimasi parameter regresi metode LAD melalui penghitungan dengan program Macro Minitab yang bernilai konstan, dapat diketahui bahwa jumlah kuadrat eror metode LAD lebih besar daripada metode OLS.

BAB IV. KESIMPULAN DAN SARAN

4.1. Kesimpulan

Dari hasil analisis dan pembahasan pada bab sebelumnya, maka peneliti dapat menarik kesimpulan sebagai berikut:

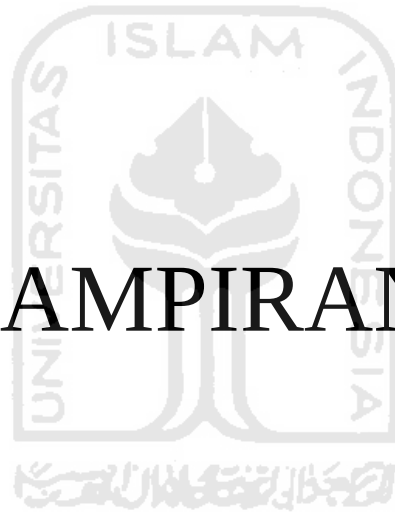
7. Hasil estimasi parameter regresi IPM Propinsi Jawa Tengah tahun 2009 dengan menggunakan metode LAD untuk penghitungan **manual satu kali random**, antara lain :
 - a. Dengan metode dua titik, diperoleh hasil estimasi parameter adalah $Y = -23,82 + 0,15 X$.
 - c. Dengan metode tiga titik, diperoleh hasil estimasi parameter adalah $Y = -40,971 + 0,982 X_1 + 0,488 X_2$.
8. Berdasarkan hasil perulangan (**running**) penghitungan G_i metode LAD sebanyak 10, 100, 500, 1000, 3000, 5000, 7500 dan 10.000 kali dengan program Macro Minitab, dapat disimpulkan bahwa:
 - a. Dengan metode dua titik, diperoleh hasil G_i bernilai konstan antara 48,70 – 48,74 sedangkan nilai estimasi parameter b bernilai konstan sebesar 0,17 dan nilai estimasi intersep bernilai konstan antara -39,47 sampai dengan -38,94.
 - b. Dengan metode tiga titik, diperoleh hasil G_i bernilai konstan antara 26,50 -26,56 ,sedangkan nilai estimasi parameter b_1 bernilai konstan sebesar 0,85 ,nilai estimasi b_2 bernilai konstan antara 0,38 – 0,39 ,dan nilai estimasi intersep bernilai konstan antara -22,14 sampai dengan -22,68.
9. Berdasarkan rata-rata hasil estimasi parameter regresi metode LAD melalui penghitungan dengan program Macro Minitab yang bernilai konstan, dapat

diketahui bahwa jumlah kuadrat eror metode LAD lebih besar daripada metode OLS.

4.2. Saran

4. Dengan diketahuinya hasil estimasi parameter regresi linier dengan metode LAD, maka diharapkan ke depannya metode LAD ini dapat dimanfaatkan oleh pengguna analisis dengan lebih optimal lagi untuk menyelesaikan kasus-kasus yang membutuhkan analisis regresi linier.
5. Dengan diketahui masih adanya kelemahan-kelemahan dalam metode estimasi parameter regresi linier dengan metode LAD, diharapkan ke depannya penulis dapat membuat program untuk membantu penghitungan metode LAD apabila dihadapkan dengan analisis data dalam jumlah besar serta untuk mendapatkan hasil estimasi parameter regresi yang lebih optimal.
6. Dengan dibahasnya prosedur dari metode LAD dalam contoh studi kasus, maka diharapkan ke depannya akan berkembang lagi metode-metode estimasi regresi linier yang lebih efisien, sehingga dapat menambah pengetahuan bagi pengguna analisis tersebut.

LAMPIRAN



Lampiran I. Statistik Deskriptif Variabel Pengeluaran riil Per Kapita, Angka Harapan Hidup, Angka Melek Huruf, dan IPM

Descriptive Statistics: X₁, X₂, X₃, Y

Variable	N	N*	Percent	Mean	SE Mean	StDev	Minimum	Q1
Median								
X1	35	0	100	70.301	0.245	1.447	67.370	69.570
70.170								
X2	35	0	100	90.401	0.700	4.140	82.140	87.750
90.360								
X3	35	0	100	636.79	1.10	6.51	627.15	631.72
634.26								
Y	35	0	100	72.055	0.381	2.252	67.690	70.270
71.760								

Variable	Q3	Maximum
X1	71.330	72.770
X2	93.620	97.250
X3	643.92	648.66
Y	73.410	77.490

Lampiran II. Hasil Output Analisis Regresi Linier Sederhana Variabel X dan Y

Regression Analysis: Y versus X

The regression equation is
 $Y = -69.0 + 0.222 X$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-69.01	29.45	-2.34	0.025
X	0.22153	0.04624	4.79	0.000

S = 1.75568 R-Sq = 41.0% R-Sq(adj) = 39.2%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	70.744	70.744	22.95	0.000
Residual Error	33	101.720	3.082		
Total	34	172.464			

Unusual Observations

Obs	X	Y	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
29	633	67.690	71.265	0.339	-3.575	-2.08R

R denotes an observation with a large standardized residual.

Lampiran III. Hasil Output Uji Korelasi Variabel X dan Y

Correlations: X, Y

Pearson correlation of X and Y = 0.640
P-Value = 0.000

Lampiran IV. Hasil Output Uji Multikolinearitas Variabel X₁, X₂, dan Y

Regression Analysis: Y versus X₁, X₂

The regression equation is
 $Y = -21.8 + 0.817 X_1 + 0.402 X_2$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P	VIF
Constant	-21.766	8.459	-2.57	0.015	
X1	0.8174	0.1106	7.39	0.000	1.0
X2	0.40221	0.03866	10.40	0.000	1.0

S = 0.933070 R-Sq = 83.8% R-Sq(adj) = 82.8%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	144.604	72.302	83.05	0.000
Residual Error	32	27.860	0.871		
Total	34	172.464			

Source	DF	Seq SS
X1	1	50.374
X2	1	94.230

Unusual Observations

Obs	X1	Y	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
23	72.4	73.850	76.023	0.352	-2.173	-2.51R

R denotes an observation with a large standardized residual.

Lampiran V. Hasil Output Analisis Regresi Linier Berganda Variabel X_1 , X_2 , dan Y

Regression Analysis: Y versus X_1 , X_2

The regression equation is
 $Y = -21.8 + 0.817 X_1 + 0.402 X_2$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-21.766	8.459	-2.57	0.015
X_1	0.8174	0.1106	7.39	0.000
X_2	0.40221	0.03866	10.40	0.000

$S = 0.933070$ $R\text{-Sq} = 83.8\%$ $R\text{-Sq}(\text{adj}) = 82.8\%$

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	144.604	72.302	83.05	0.000
Residual Error	32	27.860	0.871		
Total	34	172.464			

Source	DF	Seq SS
X_1	1	50.374
X_2	1	94.230

Unusual Observations

Obs	X_1	Y	Fit	SE Fit	Residual	St Resid
23	72.4	73.850	76.023	0.352	-2.173	-2.51R

R denotes an observation with a large standardized residual.

Lampiran VI. Hasil Penghitungan *Gi* Metode Dua Titik

No	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7
1	2.11754	2.47743	1.12074	0.91014	1.448425	2.255441	0.884236
2	2.45053	0.0129	0.17284	0.279067	1.00622	2.720919	2.155443
3	3.34726	0.59429	0.92519	0.44608	2.14213	1.914191	1.439543
4	4.20394	3.81105	2.86247	2.58694	1.2089	0.383897	0.77049
5	3.2495	2.5209	1.75432	1.44983	0.50906	1.434154	0.376451
6	1.57902	2.05081	0.63346	0.43251	2.071811	2.762022	1.358588
7	5.29774	1.34438	2.32605	1.7434	5.00299	0.306324	0.177407
8	1.8534	1.96914	0.74481	0.51316	1.527401	2.589265	1.288378
9	4.8363	1.1169	1.97173	1.40926	4.36409	0.700993	0.504688
10	4.49857	6.46133	0.641975	0.06177	16.1037	5.846103	1.421916
11	4.67851	6.97314	0.505185	0.25823	16.80827	5.828603	1.205181
12	2.26972	9.01571	1.73593	2.46775	14.12173	3.524338	0.99361
13	5.38086	9.59729	0.31556	1.36591	20.03346	5.581507	9.608
14	6.03844	0.06138	2.08395	1.31615	7.37157	0.178272	0.667569
15	4.70717	0.91657	1.81	1.24139	4.28898	0.850441	0.674646
16	1.69583	5.91119	2.46432	2.58629	4.794173	1.576728	0.904992
17	1.03302	6.224	1.12815	1.51249	9.829842	3.437426	0.079732
18	3.6145	6.89781	0.03716	0.7023	14.88016	5.089779	0.794509
19	0.12107	2.68029	1.787	2.4607	5.538661	3.797206	1.722819
20	2.14261	1.2496	1.777	0.42646	0.47457	2.944632	2.294189
21	2.19267	0.74181	0.36679	2.4407	1.607	2.697132	1.847454
22	0.00633	1.2496	1.158148	1.400335	3.28189	4.471176	3.205449
23	0.50566	0.23062	1.330123	1.508254	4.357086	4.771213	3.291601
24	2.46715	5.06505	2.49506	2.47751	2.796142	1.267059	0.74873
25	5.73182	1.33086	2.55519	1.93392	5.77654	2.708	9.308
26	0.3442	6.08548	1.81136	2.06495	7.303071	2.492831	0.4283
27	4.15232	5.28533	3.50951	3.3656	1.607	2.808	1.59388
28	1.84404	5.85595	2.51938	2.6238	4.491653	1.486581	0.93647
29	5.93663	6.02186	4.81407	4.57978	2.57898	1.48526	2.77735
30	9.28467	5.88676	3.499753	2.432728	24.08386	9.430147	3.792971
31	10.4797	4.86471	4.615556	3.533613	25.41	10.57577	4.888787
32	7.52057	4.18195	3.323951	2.556149	19.6889	8.65614	4.018068
33	8.30175	3.38043	4.14444	3.348397	20.45465	9.443125	4.810913
34	1.72868	1.45924	1.430617	1.397273	7.439449	5.294485	3.108761
35	6.80932	8.97248	0.744938	0.37474	22.07142	6.780588	0.967617
	132.421	132.498	65.11673	60.20758	286.4738	128.0897	75.04674

No	G8	G9	G10	G11	G12	G13	G14
1	0.30258	1.11057	4.324226	3.119276	2.213917	1.316584	4.921946
2	0.7415	0.65965	7.434864	5.355611	4.211314	2.192314	0
3	2.4407	1.0507	6.926318	4.748507	3.577275	1.431832	0.304363
4	2.01843	2.63102	3.16447	1.724253	0.754599	0.444565	5.594295
5	0.89874	1.42419	4.532147	2.987013	1.988686	0.654922	4.009262
6	0.18086	0.65618	4.725	3.555022	2.659221	1.806755	4.593624
7	1.35959	1.04802	6.453465	3.900498	2.62674	0	0
8	0.08174	0.66288	4.8889	3.607647	2.681436	1.686211	4.199195
9	1.01332	0.76247	6.626902	4.147059	2.893285	0.360357	0.021946
10	1.09569	2.46369	2.10787	1.707	8.6708	3.352764	18.21725
11	0.93511	2.80381	2.77944	0.45538	0.3963	3.23382	19.33671
12	1.29341	4.93728	4.73743	2.52783	2.50002	0.983261	21.05758
13	2.5107	4.60236	6.17187	2.80819	2.46499	2.498897	24.88295
14	1.04369	0.17498	8.354973	5.131176	3.674088	0.186724	3.291275
15	0.84914	0.57981	6.843682	4.341584	3.081728	0.520248	0.284832
16	1.77872	3.58745	1.7407	1.607	0.57606	0.072469	11.74248
17	0.54713	3.14536	1.01531	0.06471	0.38097	1.487112	14.72718
18	0.43194	3.01125	2.44096	0.47299	0.51122	2.662081	18.26054
19	0.73422	0.70749	3.557487	3.115565	2.418735	1.500311	7.269463
20	0.9042	0.74577	7.379633	5.392579	4.273479	2.372764	0.246242
21	0.51363	0.17564	6.478057	4.707194	3.647178	2.02382	1.595705
22	1.9889	1.27597	6.886237	5.566832	4.630195	3.586025	2.122819
23	2.13534	1.22966	6.484103	5.396787	4.523577	3.777158	3.005772
24	1.75385	3.14274	1.219715	0.714208	8.6208	0	9.475503
25	1.57334	1.14558	6.570367	3.877511	2.565523	0.240683	0.406711
26	1.17822	3.38303	0.52671	0.04982	0.49555	0.764798	13.25718
27	2.71793	3.72659	1.337758	0.374434	0.46489	1.052236	8.408993
28	1.82679	3.58271	0.102228	0.038642	0.55479	0.012158	11.50852
29	3.98647	4.72317	0.843234	0.44756	1.37637	2.383835	8.225101
30	3.80866	0.84387	2.50599	0.918099	1.27781	6.319193	21.34221
31	4.91852	0.2211	1.52389	1.954253	2.328735	7.439457	20.47208
32	3.75213	1.0807	1.7607	2.339955	2.403382	6.053897	16.5902
33	4.54332	0.79647	0.806223	3.139819	3.201509	6.843866	15.77081
34	2.15154	0.6095	4.689253	4.368145	3.704331	3.940901	6.387987
35	1.03286	3.7781	5.73268	2.11783	1.705985	3.580124	24.96409
	59.0429	66.4798	143.6728	96.77998	94.05549	76.78214	326.4948

No	G15	G16	G17	G18	G19	G20	G21
1	0.5050	0.5469	16.1081	0.0000	0.0000	0.5586	3.5236
2	0.0000	1.0893	28.5707	3.4717	1.5315	1.3560	6.2003
3	0.8023	2.0097	30.8348	3.0039	0.8449	0.7126	5.6428
4	2.3659	2.6897	21.4585	1.0626	1.5847	2.0402	2.2471
5	1.3109	1.7603	21.9596	0.3484	0.4065	0.8160	3.5627
6	0.0000	0.0000	15.0844	0.3863	0.4639	0.1099	3.9417
7	2.3932	4.0500	37.9900	2.6860	0.3055	0.2735	4.9837
8	0.1677	0.3010	16.9026	0.5962	0.4269	0.0983	4.0504
9	2.0018	3.5710	36.5141	2.8292	0.0000	0.0000	5.1935
10	2.9359	6.8628	36.4681	7.8003	0.4486	2.4586	1.2641
11	2.9086	7.0945	39.6474	8.5612	0.7297	2.8344	1.8284
12	0.6095	4.6583	35.6507	10.4719	2.8944	4.9490	3.8432
13	2.6145	8.0459	54.7730	12.3829	2.2444	4.8046	4.7048
14	2.4909	4.9514	48.0374	4.8645	0.3844	0.7103	6.5523
15	1.8514	3.4472	36.6937	3.0552	0.1766	0.1863	5.3992
16	1.2382	0.1634	1.0304	4.8219	2.1479	3.2344	0.2025
17	0.5795	3.1200	16.9474	6.2298	1.4462	2.9492	0.7460
18	2.1859	5.9452	33.6433	8.0756	1.0343	2.9830	1.6667
19	1.0023	1.8745	3.2837	1.0819	0.6114	0.2814	3.1356
20	0.2195	0.7593	26.9837	3.3784	1.6428	1.4269	6.1908
21	0.0377	0.7576	24.0344	2.3876	1.1317	0.8211	5.3965
22	1.7159	1.5369	15.5848	2.6093	2.3553	1.8469	6.0288
23	2.0055	2.1045	11.8530	2.1113	2.3723	1.7622	5.7419
24	1.5250	0.7290	6.7541	3.3934	1.8412	2.7062	0.7663
25	2.6932	4.5176	40.3648	2.8606	0.4413	0.3479	5.0312
26	0.3436	1.6293	8.9981	5.5455	1.8132	3.1087	0.4925
27	2.7714	2.5238	14.7907	3.0863	2.5500	3.2145	0.6571
28	1.3255	0.0000	0.0000	4.6934	2.1605	3.2191	0.1319
29	4.2418	4.3866	21.1181	3.4455	3.6360	4.1570	0.0000
30	6.4605	11.9641	59.5148	8.7420	1.5306	1.0560	1.0089
31	7.6036	13.1721	61.4596	7.7822	2.6103	0.0000	0.0000
32	5.7355	9.9403	42.7100	5.7883	2.0785	0.0332	0.9589
33	6.5227	10.7200	43.4030	4.9794	2.8732	0.7643	1.7620
34	2.4941	3.5110	0.0000	0.0000	1.9614	1.0156	4.3273
35	3.8023	9.5345	59.6859	12.0475	1.3515	4.0218	4.1409
	77.4614	139.9676	968.8533	154.5801	50.0318	60.8577	111.3236

No	G22	G23	G24	G25	G26	G27	G28
1	3.618	0.764	6.058	7.230	0.473	0.614	0.668
2	5.335	1.750	9.797	6.775	1.258	1.613	3.625
3	4.669	1.002	9.359	7.583	0.594	0.866	3.250
4	2.083	0.968	5.067	9.104	2.004	1.114	1.510
5	3.283	0.145	6.510	8.055	0.802	0.000	0.000
6	4.074	1.250	6.434	6.723	0.017	1.099	0.314
7	3.598	0.383	9.155	9.195	0.470	0.513	3.284
8	4.061	1.143	6.678	6.897	0.029	0.994	0.000
9	3.888	0.032	9.276	8.799	0.182	0.163	3.358
10	2.467	2.382	2.752	3.600	1.678	2.184	11.579
11	2.140	2.236	3.579	3.615	2.009	2.034	12.543
12	0.000	0.000	5.455	5.920	4.148	0.200	14.346
13	0.406	1.370	7.718	3.849	3.761	1.153	17.340
14	4.430	0.111	11.538	9.331	0.373	0.232	6.092
15	4.069	0.131	9.509	8.650	0.000	0.000	3.605
16	1.215	0.632	0.869	7.894	2.896	0.800	6.621
17	1.715	0.663	0.829	6.022	2.412	0.481	8.922
18	1.911	1.709	2.985	4.358	2.232	1.513	11.723
19	4.068	1.851	4.744	5.679	0.036	1.690	2.466
20	5.426	1.919	9.675	6.550	1.349	1.780	3.445
21	4.869	1.542	8.618	6.795	0.788	1.401	2.251
22	5.997	3.048	8.703	5.015	1.908	2.899	2.049
23	5.965	3.210	8.134	4.713	1.873	3.058	1.333
24	1.628	0.641	2.452	8.210	2.474	0.801	4.718
25	3.492	0.606	9.373	9.503	0.574	0.734	3.590
26	1.448	0.000	0.000	6.972	2.670	0.175	7.793
27	1.017	1.635	2.898	9.482	3.078	1.789	3.981
28	1.216	0.684	1.017	7.985	2.894	0.851	6.433
29	0.000	2.926	2.639	10.972	4.089	3.075	4.033
30	4.168	5.183	4.095	0.000	0.000	4.965	13.756
31	5.236	6.296	3.152	1.146	1.067	6.078	12.847
32	4.945	5.054	0.811	0.787	0.796	4.852	9.785
33	5.741	5.845	0.000	0.000	1.592	5.643	8.970
34	5.392	3.277	5.789	4.180	1.286	3.114	1.498
35	1.245	2.420	7.459	2.647	2.926	2.199	17.241
	114.816	62.807	193.126	214.236	54.739	60.676	214.966

No	G29	G30	G31	G32	G33	G34	G35
1	0.39914	1.52286	2.318937	0.167306	1.844421	1.05333	2.4793
2	0.81479	3.08544	4.204406	1.45989	2.410695	10.2816	1.7428
3	0.09243	2.40239	3.55775	0.746399	1.61533	10.7002	2.519
4	2.06929	0.05346	0.8295	1.481672	0	0	4.2779
5	0.92921	1.12845	2.050156	0.332162	1.062353	2.35459	3.1952
6	0.0775	1.98556	2.768719	0.640802	2.34697	0.98153	1.9836
7	1.19429	1.26527	2.559187	0.506565	0.050713	13.7563	4.0106
8	0	1.95243	2.776687	0.573313	2.187041	0.2291	2.1218
9	0.86221	1.56819	2.835094	0.181072	0.436952	13.2419	3.6386
10	0.35557	0.95652	0.529125	0.623987	5.053155	38.6481	0.0845
11	0.153	0.66773	0.1605	0.401966	5.010731	41.3533	0
12	2.05329	1.49291	1.957875	1.794023	2.719661	42.2347	2.2688
13	0.98407	0.88391	1.775094	0.828634	4.643779	54.5252	0.5693
14	0.74807	1.979	3.520656	0	0	21.9681	3.9307
15	0.69371	1.74556	3.020687	0.01057	0.588966	13.668	3.4822
16	2.10936	0.66785	0.316781	1.65131	1.026791	16.7122	3.5315
17	1.06243	1.4E-14	0	0.689902	2.777897	26.6695	1.9655
18	0.281	0.37573	2.84E-14	0	4.312959	37.6653	0.6285
19	0.48943	2.10716	2.621437	0.987232	3.298217	8.99766	1.1741
20	0.95957	3.19346	4.278375	1.596381	2.623779	9.3591	1.5477
21	0.527	2.67468	3.67975	1.14436	2.351355	6.42387	1.8622
22	1.91457	3.88222	4.720562	2.491317	4.073351	2.58532	0.2281
23	2.01593	3.89103	4.643656	2.571794	4.346631	0	0
24	1.98629	0.3432	0.194562	1.482762	0.775401	10.7373	3.6845
25	1.38086	1.13449	2.480062	0.680551	0.239483	15.1891	4.2736
26	1.6015	0.35017	0.175219	1.186356	1.887914	21.7249	2.7632
27	2.86143	1.03578	0.328938	2.316718	0.438877	6.3127	4.8096
28	2.14507	0.67821	0.303656	1.681304	0.943975	16.0118	3.6019
29	4.06636	2.11012	1.282344	3.492186	1.886381	3.72685	6.1934
30	2.81286	2.88893	1.975438	2.96286	8.485455	51.4276	3.2606
31	3.91221	3.96673	3.033281	4.057355	9.624848	50.9539	4.3895
32	2.96693	3.47532	2.962219	3.214464	7.836435	38.7234	2.8226
33	3.75936	4.27029	3.759531	4.007465	8.624153	37.8574	3.6116
34	1.88329	3.45284	3.9225	2.37022	4.781569	9.00234	0.2858
35	0	0	0.983937	0.132841	5.813904	56.4486	0.5519
	50.162	63.1879	76.52662	48.46574	106.1014	691.525	87.49

Lampiran VII. Hasil Penghitungan *Gi* Metode Tiga Titik

No	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7
1	1.1729	1.0186	0.9699	0.7047	0.2172	0.9451	1.0969
2	1.2500	1.1453	1.0718	0.6871	1.5734	1.4602	0.8315
3	0.0416	1.7019	1.6281	1.2826	1.6631	1.9285	1.4654
4	1.4649	0.0009	0.2257	0.3014	0.6801	0.7593	1.2359
5	1.3004	0.3536	0.4609	0.0000	0.0000	0.0000	0.9932
6	0.0000	0.0000	0.0000	0.3045	1.2211	0.2105	0.2973
7	0.3843	0.9442	1.0305	0.6411	0.0689	0.5256	1.5987
8	0.1402	0.7209	0.6903	0.3596	0.0998	0.7126	0.7783
9	0.9233	0.5237	0.3911	0.7035	2.8927	1.3340	0.5694
10	1.1304	0.3950	0.5281	0.6666	2.3578	0.3645	0.5783
11	1.5689	1.2065	1.2152	1.5334	2.1824	1.3454	0.9898
12	4.5440	1.0105	0.9857	1.0112	5.8066	1.9737	0.0000
13	3.2707	1.1313	1.1972	1.2259	5.0386	1.6643	0.6826
14	5.7361	0.0000	0.0000	0.0000	4.8689	0.9057	0.9099
15	0.3949	0.8068	0.8758	0.4634	0.2314	0.5211	1.3094
16	3.0605	0.6816	0.5648	0.7453	4.4828	1.7193	0.5799
17	0.3548	0.1310	0.0864	0.4313	1.2864	0.4572	0.3580
18	4.9353	0.1536	0.0452	0.0312	3.7669	0.0000	0.0000
19	2.0353	0.0520	0.0589	0.4643	0.0000	0.0000	0.0000
20	1.0541	1.6535	1.4785	1.2540	1.1139	2.0756	1.0406
21	1.9035	1.2482	1.1075	0.9277	0.1482	1.4084	0.9353
22	4.1879	2.5977	2.1870	2.2294	1.0703	3.5088	1.0788
23	4.4343	3.6571	3.1594	3.2142	2.7958	4.9449	1.6309
24	3.7893	1.0292	0.7215	1.3691	1.0232	1.8898	0.4612
25	0.7394	0.5377	0.6608	0.2883	1.0230	0.0912	1.4517
26	2.7057	0.2301	0.0619	0.6053	0.1655	0.6787	0.6159
27	4.5412	1.3240	0.8909	1.6430	1.2426	2.5306	0.7240
28	2.7770	0.4751	0.2264	0.8120	0.6593	1.2026	0.7790
29	3.8330	1.4253	0.8896	1.6643	2.0346	3.0581	1.2049
30	3.5808	0.6856	0.9403	1.2357	0.3716	0.2699	1.9292
31	0.0000	0.0000	0.4777	0.4769	0.4014	1.3180	2.0124
32	1.5462	0.0140	0.3100	0.4903	0.3413	1.0296	1.4223
33	0.5542	0.4694	0.0000	0.0000	0.0000	1.7508	1.4940
34	1.5212	0.7356	0.5455	0.2427	1.2757	1.4067	0.1271
35	5.2690	0.9754	0.9388	1.4946	0.4709	0.7829	0.9594
	76.1453	29.0354	26.6214	29.5046	52.5751	44.7735	32.1415

No	G8	G9	G10	G11	G12	G13	G14
1	0.2035	1.2841	2.0701	0.2880	0.2932	2.8052	1.5669
2	1.0916	2.5984	0.0000	0.0000	0.0000	7.4496	1.7274
3	0.2718	1.7182	1.2618	0.6304	0.6314	5.3926	2.2640
4	0.7139	0.3967	3.1754	0.8060	0.8264	11.7761	0.9716
5	0.9004	0.8149	1.8419	0.4030	0.4155	9.7906	1.1661
6	1.0846	1.7665	0.4302	0.4451	0.4371	4.9616	0.6199
7	0.0000	0.0000	0.0000	0.9753	0.9880	6.6160	1.6984
8	0.7945	1.8082	0.6252	0.0017	0.0032	5.4764	1.3214
9	0.5627	0.0000	0.0000	0.0000	0.0185	4.7826	0.2410
10	1.4586	3.1365	2.7886	1.5071	1.5054	0.0000	0.0000
11	2.4558	3.2417	1.0385	1.7424	1.7354	6.7592	0.5890
12	0.0000	0.0000	4.4896	0.7326	0.7152	4.9159	0.5045
13	0.8946	1.7600	4.1496	1.5329	1.5229	3.9837	0.7200
14	0.9775	0.7830	5.9152	0.1430	0.1591	6.7158	0.4668
15	0.4364	0.6367	0.5834	0.6654	0.6762	7.7684	1.5542
16	0.0416	0.6652	2.1910	0.0207	0.0000	0.0000	0.0000
17	1.1194	1.4430	0.3487	0.3231	0.3126	6.3026	0.5565
18	0.0000	1.9576	7.0909	1.0316	1.0295	8.2902	0.3708
19	1.8771	2.7860	1.4509	0.7433	0.7385	8.9340	0.6112
20	0.3400	2.5528	3.2130	0.0643	0.0604	1.5684	2.0472
21	0.1582	1.9741	3.6735	0.0000	0.0000	0.0000	1.6559
22	0.4573	3.5632	8.5444	0.2255	0.2414	7.8208	2.6068
23	0.8799	3.9451	9.6722	0.2126	0.1901	8.6957	3.5675
24	1.8869	0.2009	6.2316	0.1464	0.1701	16.8142	0.0901
25	0.0133	0.3896	0.0366	0.8748	0.8910	6.0952	1.3225
26	1.5384	1.0085	3.8029	0.1113	0.1266	13.0757	0.6885
27	1.8491	0.8589	8.1837	0.5807	0.6118	20.1610	0.0190
28	1.4018	0.1757	4.6656	0.3825	0.4032	14.3297	0.5503
29	1.2532	2.3906	8.5084	1.1967	1.2354	20.3486	0.0000
30	3.8204	6.9026	0.5456	3.0035	3.0157	7.2324	0.3410
31	2.9772	7.6988	5.0771	3.4002	3.4226	3.1177	0.0411
32	2.9156	6.4707	2.1050	2.5960	2.6107	2.6424	0.2271
33	2.4447	7.0894	5.5475	2.8711	2.8929	3.6204	0.4375
34	1.9134	4.3944	0.8568	1.1167	1.1240	5.6056	1.1526
35	3.4584	4.1950	5.0073	1.6340	1.6296	15.2976	0.1903
	42.1917	80.6068	115.1223	30.4080	30.6333	259.1460	31.8871

No	G15	G16	G17	G18	G19	G20	G21
1	0.8118	3.0322	0.7965	1.7406	0.0904	1.2660	2.0889
2	1.3548	4.5301	0.8627	2.6541	0.5085	0.7719	2.3158
3	0.1849	1.8435	0.1526	0.8886	0.9030	1.4884	2.8723
4	0.2174	0.5426	0.8537	1.5736	0.2127	0.6005	0.0000
5	0.3580	1.0521	0.1832	0.0890	0.1896	0.6069	0.8192
6	0.0213	2.1362	0.0509	1.0903	0.9040	0.3388	0.8810
7	1.0117	2.4661	1.2992	2.2141	0.4662	1.3824	1.4903
8	0.2185	0.0000	0.0000	0.0000	0.1017	0.7929	1.7222
9	1.5226	7.3654	1.4410	4.6488	1.2790	0.4721	0.1610
10	0.0000	4.6084	0.3989	1.5087	2.1014	0.0649	1.0019
11	1.5870	0.2233	1.4484	0.8246	2.0615	0.9692	0.2913
12	3.7759	17.5351	2.7095	9.5572	3.0457	0.6058	0.2342
13	2.1045	13.0065	1.1774	6.3752	3.2326	0.0000	0.0000
14	4.7779	18.7817	3.6453	10.5497	2.1623	1.5922	0.8727
15	0.2260	0.2643	0.6287	0.7979	0.4090	1.0604	1.4209
16	3.1824	13.6816	2.6008	8.0729	1.9961	0.7750	0.2605
17	0.0514	1.8784	0.1184	1.1606	0.8292	0.2735	0.5767
18	2.8480	13.8354	1.6907	6.5859	2.4982	1.0262	1.8019
19	1.7774	3.7523	1.2964	2.3210	0.5452	0.1643	0.8589
20	0.0000	0.0000	0.0000	0.4827	0.2660	1.4116	3.2166
21	0.8663	3.6378	0.6416	1.6201	0.2939	1.3687	2.6758
22	1.2529	4.5360	0.5261	1.0575	0.0987	2.2283	5.0753
23	1.0703	2.2174	0.4158	0.3358	0.8334	2.8866	6.4742
24	1.3716	3.2972	0.3712	0.5555	0.2463	0.5026	1.3419
25	1.4805	4.7015	1.6498	3.5348	0.0221	1.2370	0.9393
26	1.2361	3.3077	0.4535	1.0719	0.0000	0.0000	0.0000
27	1.2384	3.4488	0.0000	0.0000	0.0000	0.5749	2.1243
28	0.8152	2.1044	0.0221	0.0000	0.0000	0.0000	0.5589
29	0.0000	0.0000	1.1844	2.5447	0.0815	0.2358	2.6258
30	4.7751	9.9355	4.3832	7.6275	1.8498	1.6341	1.1912
31	3.1076	3.4603	3.5762	5.0184	2.5828	0.8889	2.7403
32	3.4066	6.1744	3.3736	5.6132	1.6867	0.8210	2.1588
33	2.5140	2.6483	2.9911	4.3038	2.1030	0.3797	3.1776
34	2.4019	5.9038	2.0708	4.3263	0.3413	0.0928	2.3597
35	4.3521	10.8690	3.3366	6.4968	0.8087	1.4806	0.2309
	55.9199	176.7772	46.3504	107.2419	34.7503	29.9940	56.5602

No	G22	G23	G24	G25	G26	G27	G28
1	1.3326	0.1489	2.4810	6.2361	5.3556	3.2986	0.7425
2	0.9690	1.5932	0.0978	3.8086	3.3132	2.8638	2.3873
3	1.6670	1.7691	0.0000	0.0000	0.0000	3.7397	0.9598
4	0.0000	0.0000	4.0103	13.8361	9.9557	4.2777	0.3275
5	0.3187	0.4389	2.6392	9.1565	6.7424	1.4630	0.6387
6	0.2840	0.7840	3.7074	2.4295	2.3027	1.1768	0.0125
7	1.1200	0.4604	2.8755	2.8282	1.4283	0.0445	1.0581
8	0.8394	0.3793	2.0007	0.6764	0.7175	2.1812	0.5953
9	0.0378	2.0416	6.4644	2.5479	3.2236	1.5537	2.4002
10	0.1833	1.9848	4.5195	14.5219	11.5961	4.2688	0.1832
11	0.9922	1.8039	4.5290	0.0000	0.0000	0.0000	1.7290
12	0.3418	4.6687	9.8531	24.8415	21.3273	2.0110	5.8039
13	0.0000	4.2031	8.3006	23.5649	19.6104	3.3309	3.4810
14	1.3875	3.7551	8.8284	27.7269	23.7597	3.6279	6.8024
15	0.8592	0.6534	2.3177	5.0500	3.4506	0.0000	0.0000
16	0.3215	3.3901	8.5586	13.1982	12.1255	0.3930	4.8234
17	0.1097	0.7939	3.9553	0.6187	0.0000	0.0000	0.0000
18	1.3588	3.1305	6.4109	32.2780	26.2936	7.6102	3.9967
19	0.1495	0.1905	1.9396	6.0696	4.9611	0.4248	2.4843
20	1.8233	1.1593	0.2766	9.0129	6.9501	6.3020	0.6773
21	1.6592	0.1082	2.0457	12.6556	10.2112	5.7016	0.7231
22	3.1903	0.9417	0.3863	29.8164	23.1389	13.2039	0.7046
23	4.0938	2.4119	2.7887	31.0531	23.7586	15.7680	0.0000
24	1.2781	0.3473	4.4568	24.0889	18.2581	7.5866	1.4966
25	0.8597	0.3363	4.2236	1.4703	0.0881	0.8215	1.8947
26	0.4234	0.2880	2.9210	15.9960	12.2194	3.6933	1.6404
27	1.6617	0.3906	5.2339	31.8278	24.0157	10.7487	1.1833
28	0.6355	0.0375	3.8931	18.9616	14.2253	5.5804	0.9395
29	1.6079	0.8991	6.7856	32.7962	24.1568	12.6881	0.6181
30	0.9569	0.0000	0.0000	0.0000	1.5908	4.6806	6.4758
31	0.2871	0.8403	0.3167	23.1017	16.5951	11.3522	4.3966
32	0.0000	0.0000	0.0000	9.5876	6.1770	7.4276	4.8265
33	0.7728	0.4138	0.0186	23.5886	17.1352	11.6823	3.7508
34	0.5867	1.0981	0.3920	1.4376	0.2832	4.9967	3.7024
35	1.5176	0.4688	1.1100	19.0676	15.8303	2.4142	5.7524
	33.6260	41.9300	118.3374	473.8510	370.7973	166.9132	77.2078

No	G29	G30	G31	G32	G33	G34
1	0.1462	2.1577	0.0295	0.1622	0.0000	0.0000
2	1.3202	1.6582	0.8087	0.9162	1.0554	1.0879
3	0.3559	2.3150	1.1376	1.1699	1.3228	1.3492
4	0.1457	3.9064	0.2921	0.5449	0.4162	0.3086
5	0.4378	2.9368	0.3407	0.5174	0.4984	0.4450
6	0.6187	1.6472	0.8516	0.9296	0.8164	0.8365
7	0.6152	3.4511	0.5291	0.5773	0.5984	0.5449
8	0.5908	1.9150	0.0417	0.0271	0.1535	0.1541
9	0.5887	2.7682	1.4168	1.5362	1.5225	1.6133
10	1.0922	0.0180	2.1243	2.4644	2.1971	2.1715
11	2.0875	0.2957	1.9727	2.0207	1.9059	1.9192
12	1.6382	1.6835	3.5013	4.1260	3.9350	4.0131
13	0.2425	0.4146	3.5434	4.1232	3.8672	3.8955
14	2.5768	2.4494	2.6226	3.2858	3.0679	3.1365
15	0.0000	3.0364	0.5372	0.6370	0.6627	0.6223
16	1.5987	2.7588	2.3318	2.6980	2.6273	2.7306
17	0.5633	1.9699	0.7772	0.7967	0.7299	0.7678
18	0.8115	0.3066	2.7820	3.5070	3.1178	3.0908
19	1.8238	1.2424	0.3124	0.1936	0.1101	0.1104
20	0.5197	1.3135	0.4522	0.2952	0.5636	0.6256
21	0.0134	1.4571	0.2356	0.4931	0.2344	0.1981
22	0.0000	0.0000	0.0000	0.5691	0.0370	0.1103
23	0.0000	0.0000	1.0447	0.4888	1.0886	1.2812
24	1.0392	3.5785	0.0883	0.3617	0.1324	0.0000
25	0.8899	3.5518	0.0000	0.0000	0.0000	0.0761
26	1.0550	2.8997	0.1966	0.5058	0.4141	0.3408
27	0.7139	4.5839	0.1413	0.7384	0.3817	0.1979
28	0.6413	3.5552	0.1441	0.5001	0.3351	0.2248
29	0.3509	5.7109	0.1034	0.7000	0.2607	0.0249
30	4.6939	2.2139	1.4217	1.4083	1.1062	0.9896
31	3.9503	3.5480	2.3112	2.7718	2.2052	2.0148
32	3.7342	2.0817	1.3461	1.5245	1.1322	0.9963
33	3.3762	2.9771	1.8428	2.3054	1.7451	1.5591
34	2.4659	0.0000	0.0000	0.0000	0.2524	0.3351
35	3.7303	0.4699	0.3893	0.0000	0.0000	0.0000
	44.4279	74.8721	35.6699	42.8952	38.4932	37.7719

Lampiran VIII. Program Macro Minitab Untuk Metode LAD Dua Titik

PROGRAM UTAMA

```

SORT C1-C2 C3-C4;           #mengurutkan data#
BY C2.                       #berdasarkan variabel Y#
MEAN C1 C5                   #nilai xp#
MEAN C2 C6                   #nilai yp#
LET K50=0
LET K51=50                   #jumlah iterasi#
EXEC 'D:\TA_Q_RG\PROGRAM\DUA.TXT' K51 #memanggil sub program#
PRINT C101-C103              #Gi paling minimum#

```

SUB PROGRAM

```

ERASE C7-C100.
ERASE K2-K40.
LET K50=K50+1
SAMPLE 35 C3-C4 C7-C8.      #merandom tanpa pengembalian#
LET K2=1
LET K3=2
LET C5 (K3)=C7 (K2)
LET C5 (K3)=C8 (K2)
LET C5 (K3)=C7 (K2)
LET C6 (K3)=C8 (K2)
LET K4=K3+1
LET K5=K3+2
LET K6=K3+3
LET K7=K3+4
LET K8=K3+5
LET K9=K3+6
LET K10=K3+7
LET K11=K3+8
LET C5 (K4)=C7 (K3)
LET C6 (K4)=C8 (K3)
LET C5 (K5)=C7 (K4)
LET C6 (K5)=C8 (K4)
LET C5 (K6)=C7 (K5)
LET C6 (K6)=C8 (K5)
LET C5 (K7)=C7 (K6)
LET C6 (K7)=C8 (K6)
LET C5 (K8)=C7 (K7)
LET C6 (K8)=C8 (K7)
LET C5 (K9)=C7 (K8)
LET C6 (K9)=C8 (K8)
LET C5 (K10)=C7 (K9)
LET C6 (K10)=C8 (K9)
LET C5 (K11)=C7 (K10)
LET C6 (K11)=C8 (K10)
LET K12=11
LET K13=K12+1
LET K14=K12+2
LET K15=K12+3
LET K16=K12+4
LET K17=K12+5

```



```

LET K18=17
LET K19=K18+1
LET K20=K18+2
LET K21=K20+1
LET C5(K12)=C7(K11)
LET C6(K12)=C8(K11)
LET C5(K13)=C7(K12)
LET C6(K13)=C8(K12)
LET C5(K14)=C7(K13)
LET C6(K14)=C8(K13)
LET C5(K15)=C7(K14)
LET C6(K15)=C8(K14)
LET C5(K16)=C7(K15)
LET C6(K16)=C8(K15)
LET C5(K17)=C7(K16)
LET C6(K17)=C8(K16)
LET C5(K18)=C7(K17)
LET C6(K18)=C8(K17)
LET C5(K19)=C7(K18)
LET C6(K19)=C8(K18)
LET C5(K20)=C7(K19)
LET C6(K20)=C8(K19)
LET C5(K21)=C7(K20)
LET C6(K21)=C8(K20)
LET K22=21
LET K23=22
LET K24=K23+1
LET K25=K23+2
LET K26=K23+3
LET K27=K23+4
LET K28=K23+5
LET K29=K23+6
LET K30=K23+7
LET K31=K23+8
LET C5(K22)=C7(K21)
LET C6(K22)=C8(K21)
LET C5(K23)=C7(K22)
LET C6(K23)=C8(K22)
LET C5(K24)=C7(K23)
LET C6(K24)=C8(K23)
LET C5(K25)=C7(K24)
LET C6(K25)=C8(K24)
LET C5(K26)=C7(K25)
LET C6(K26)=C8(K25)
LET C5(K27)=C7(K26)
LET C6(K27)=C8(K26)
LET C5(K28)=C7(K27)
LET C6(K28)=C8(K27)
LET C5(K29)=C7(K28)
LET C6(K29)=C8(K28)
LET C5(K30)=C7(K29)
LET C6(K30)=C8(K29)
LET C5(K31)=C7(K30)
LET C6(K31)=C8(K30)
LET K32=31
LET K33=K32+1

```



```

LET K34=K32+2
LET K35=K32+3
LET K36=K32+4
LET C5(K32)=C7(K31)
LET C6(K32)=C8(K31)
LET C5(K33)=C7(K32)
LET C6(K33)=C8(K32)
LET C5(K34)=C7(K33)
LET C6(K34)=C8(K33)
LET C5(K35)=C7(K34)
LET C6(K35)=C8(K34)
LET C5(K36)=C7(K35)
LET C6(K36)=C8(K35)
LET C9=(C6-C8)/(C5-C7)
LET C10=(C6-(C9*C5))
LET C11=SUM(ABSO(C2-(C9(K2)*C1)-C10(K2)))
LET C11(K3)=SUM(ABSO(C2-(C9(K3)*C1)-C10(K3)))
LET C11(K4)=SUM(ABSO(C2-(C9(K4)*C1)-C10(K4)))
LET C11(K5)=SUM(ABSO(C2-(C9(K5)*C1)-C10(K5)))
LET C11(K6)=SUM(ABSO(C2-(C9(K6)*C1)-C10(K6)))
LET C11(K7)=SUM(ABSO(C2-(C9(K7)*C1)-C10(K7)))
LET C11(K8)=SUM(ABSO(C2-(C9(K8)*C1)-C10(K8)))
LET C11(K9)=SUM(ABSO(C2-(C9(K9)*C1)-C10(K9)))
LET C11(K10)=SUM(ABSO(C2-(C9(K10)*C1)-C10(K10)))
LET C11(K11)=SUM(ABSO(C2-(C9(K11)*C1)-C10(K11)))
LET C11(K12)=SUM(ABSO(C2-(C9(K12)*C1)-C10(K12)))
LET C11(K13)=SUM(ABSO(C2-(C9(K13)*C1)-C10(K13)))
LET C11(K14)=SUM(ABSO(C2-(C9(K14)*C1)-C10(K14)))
LET C11(K15)=SUM(ABSO(C2-(C9(K15)*C1)-C10(K15)))
LET C11(K16)=SUM(ABSO(C2-(C9(K16)*C1)-C10(K16)))
LET C11(K17)=SUM(ABSO(C2-(C9(K17)*C1)-C10(K17)))
LET C11(K18)=SUM(ABSO(C2-(C9(K18)*C1)-C10(K18)))
LET C11(K19)=SUM(ABSO(C2-(C9(K19)*C1)-C10(K19)))
LET C11(K20)=SUM(ABSO(C2-(C9(K20)*C1)-C10(K20)))
LET C11(K21)=SUM(ABSO(C2-(C9(K21)*C1)-C10(K21)))
LET C11(K22)=SUM(ABSO(C2-(C9(K22)*C1)-C10(K22)))
LET C11(K23)=SUM(ABSO(C2-(C9(K23)*C1)-C10(K23)))
LET C11(K24)=SUM(ABSO(C2-(C9(K24)*C1)-C10(K24)))
LET C11(K25)=SUM(ABSO(C2-(C9(K25)*C1)-C10(K25)))
LET C11(K26)=SUM(ABSO(C2-(C9(K26)*C1)-C10(K26)))
LET C11(K27)=SUM(ABSO(C2-(C9(K27)*C1)-C10(K27)))
LET C11(K28)=SUM(ABSO(C2-(C9(K28)*C1)-C10(K28)))
LET C11(K29)=SUM(ABSO(C2-(C9(K29)*C1)-C10(K29)))
LET C11(K30)=SUM(ABSO(C2-(C9(K30)*C1)-C10(K30)))
LET C11(K31)=SUM(ABSO(C2-(C9(K31)*C1)-C10(K31)))
LET C11(K32)=SUM(ABSO(C2-(C9(K32)*C1)-C10(K32)))
LET C11(K33)=SUM(ABSO(C2-(C9(K33)*C1)-C10(K33)))
LET C11(K34)=SUM(ABSO(C2-(C9(K34)*C1)-C10(K34)))
LET C11(K35)=SUM(ABSO(C2-(C9(K35)*C1)-C10(K35)))
LET C11(K36)=SUM(ABSO(C2-(C9(K36)*C1)-C10(K36)))
SORT C9-C11 C21-C23;
BY C11.
LET C101(K50)=C21(1)
LET C102(K50)=C22(1)
LET C103(K50)=C23(1)
END

```

#nilai ai#
#nilai bi#
#nilai Gi#

Lampiran IX. Program Macro Minitab Untuk Metode LAD Tiga Titik

PROGRAM UTAMA

```

SORT C1-C3 C4-C6;           #mengurutkan data#
BY C3.                      #berdasarkan Y#
MEAN C1 C10                 #nilai xp#
MEAN C2 C11                 #nilai yp#
MEAN C3 C12                 #nilai zp#
LET K50=0
LET K51=5                   #jumlah iterasi#
EXEC 'D:\TA_Q_RG\PROGRAM\TIGA.TXT' K51 #memanggil sub program#
PRINT C101-C104             #Gi paling minimum#

```

SUB PROGRAM

```

ERASE C200-C4000
ERASE K2-K40
LET K50 = K50 + 1
SAMPLE 35 C4-C6 C13-C15.    #merandom tanpa pengembalian#
LET K2=1
LET K3=2
LET C10 (K3)=C13 (K2)
LET C11 (K3)=C14 (K2)
LET C12 (K3)=C15 (K2)
LET C16 (K2)=C13 (K3)
LET C17 (K2)=C14 (K3)
LET C18 (K2)=C15 (K3)
LET K4=K3+1
LET K5=K3+2
LET K6=K3+3
LET K7=K3+4
LET K8=K3+5
LET K9=K3+6
LET K10=K3+7
LET K11=K3+8
LET C10 (K4)=C13 (K3)
LET C11 (K4)=C14 (K3)
LET C12 (K4)=C15 (K3)
LET C16 (K3)=C13 (K4)
LET C17 (K3)=C14 (K4)
LET C18 (K3)=C15 (K4)
LET C10 (K5)=C13 (K4)
LET C11 (K5)=C14 (K4)
LET C12 (K5)=C15 (K4)
LET C16 (K4)=C13 (K5)
LET C17 (K4)=C14 (K5)
LET C18 (K4)=C15 (K5)
LET C10 (K6)=C13 (K5)
LET C11 (K6)=C14 (K5)
LET C12 (K6)=C15 (K5)
LET C16 (K5)=C13 (K6)
LET C17 (K5)=C14 (K6)
LET C18 (K5)=C15 (K6)
LET C10 (K7)=C13 (K6)

```



```

LET C11 (K7)=C14 (K6)
LET C12 (K7)=C15 (K6)
LET C16 (K6)=C13 (K7)
LET C17 (K6)=C14 (K7)
LET C18 (K6)=C15 (K7)
LET C10 (K8)=C13 (K7)
LET C11 (K8)=C14 (K7)
LET C12 (K8)=C15 (K7)
LET C16 (K7)=C13 (K8)
LET C17 (K7)=C14 (K8)
LET C18 (K7)=C15 (K8)
LET C10 (K9)=C13 (K8)
LET C11 (K9)=C14 (K8)
LET C12 (K9)=C15 (K8)
LET C16 (K8)=C13 (K9)
LET C17 (K8)=C14 (K9)
LET C18 (K8)=C15 (K9)
LET C10 (K10)=C13 (K9)
LET C11 (K10)=C14 (K9)
LET C12 (K10)=C15 (K9)
LET C16 (K9)=C13 (K10)
LET C17 (K9)=C14 (K10)
LET C18 (K9)=C15 (K10)
LET K12=11
LET K13=K12+1
LET K14=K12+2
LET K15=K12+3
LET K16=K12+4
LET K17=K12+5
LET K18=17
LET K19=K18+1
LET K20=K18+2
LET K21=K20+1
LET C10 (K11)=C13 (K10)
LET C11 (K11)=C14 (K10)
LET C12 (K11)=C15 (K10)
LET C16 (K10)=C13 (K11)
LET C17 (K10)=C14 (K11)
LET C18 (K10)=C15 (K11)
LET C10 (K12)=C13 (K11)
LET C11 (K12)=C14 (K11)
LET C12 (K12)=C15 (K11)
LET C16 (K11)=C13 (K12)
LET C17 (K11)=C14 (K12)
LET C18 (K11)=C15 (K12)
LET C10 (K13)=C13 (K12)
LET C11 (K13)=C14 (K12)
LET C12 (K13)=C15 (K12)
LET C16 (K12)=C13 (K13)
LET C17 (K12)=C14 (K13)
LET C18 (K12)=C15 (K13)
LET C10 (K14)=C13 (K13)
LET C11 (K14)=C14 (K13)
LET C12 (K14)=C15 (K13)
LET C16 (K13)=C13 (K14)
LET C17 (K13)=C14 (K14)

```



LET C18 (K13)=C15 (K14)
 LET C10 (K15)=C13 (K14)
 LET C11 (K15)=C14 (K14)
 LET C12 (K15)=C15 (K14)
 LET C16 (K14)=C13 (K15)
 LET C17 (K14)=C14 (K15)
 LET C18 (K14)=C15 (K15)
 LET C10 (K16)=C13 (K15)
 LET C11 (K16)=C14 (K15)
 LET C12 (K16)=C15 (K15)
 LET C16 (K15)=C13 (K16)
 LET C17 (K15)=C14 (K16)
 LET C18 (K15)=C15 (K16)
 LET C10 (K17)=C13 (K16)
 LET C11 (K17)=C14 (K16)
 LET C12 (K17)=C15 (K16)
 LET C16 (K16)=C13 (K17)
 LET C17 (K16)=C14 (K17)
 LET C18 (K16)=C15 (K17)
 LET C10 (K18)=C13 (K17)
 LET C11 (K18)=C14 (K17)
 LET C12 (K18)=C15 (K17)
 LET C16 (K17)=C13 (K18)
 LET C17 (K17)=C14 (K18)
 LET C18 (K17)=C15 (K18)
 LET C10 (K19)=C13 (K18)
 LET C11 (K19)=C14 (K18)
 LET C12 (K19)=C15 (K18)
 LET C16 (K18)=C13 (K19)
 LET C17 (K18)=C14 (K19)
 LET C18 (K18)=C15 (K19)
 LET C10 (K20)=C13 (K19)
 LET C11 (K20)=C14 (K19)
 LET C12 (K20)=C15 (K19)
 LET C16 (K19)=C13 (K20)
 LET C17 (K19)=C14 (K20)
 LET C18 (K19)=C15 (K20)
 LET K22=21
 LET K23=22
 LET K24=K23+1
 LET K25=K23+2
 LET K26=K23+3
 LET K27=K23+4
 LET K28=K23+5
 LET K29=K23+6
 LET K30=K23+7
 LET K31=K23+8
 LET C10 (K21)=C13 (K20)
 LET C11 (K21)=C14 (K20)
 LET C12 (K21)=C15 (K20)
 LET C16 (K20)=C13 (K21)
 LET C17 (K20)=C14 (K21)
 LET C18 (K20)=C15 (K21)
 LET C10 (K22)=C13 (K21)
 LET C11 (K22)=C14 (K21)
 LET C12 (K22)=C15 (K21)



LET C16 (K21)=C13 (K22)
 LET C17 (K21)=C14 (K22)
 LET C18 (K21)=C15 (K22)
 LET C10 (K23)=C13 (K22)
 LET C11 (K23)=C14 (K22)
 LET C12 (K23)=C15 (K22)
 LET C16 (K22)=C13 (K23)
 LET C17 (K22)=C14 (K23)
 LET C18 (K22)=C15 (K23)
 LET C10 (K24)=C13 (K23)
 LET C11 (K24)=C14 (K23)
 LET C12 (K24)=C15 (K23)
 LET C16 (K23)=C13 (K24)
 LET C17 (K23)=C14 (K24)
 LET C18 (K23)=C15 (K24)
 LET C10 (K25)=C13 (K24)
 LET C11 (K25)=C14 (K24)
 LET C12 (K25)=C15 (K24)
 LET C16 (K24)=C13 (K25)
 LET C17 (K24)=C14 (K25)
 LET C18 (K24)=C15 (K25)
 LET C10 (K26)=C13 (K25)
 LET C11 (K26)=C14 (K25)
 LET C12 (K26)=C15 (K25)
 LET C16 (K25)=C13 (K26)
 LET C17 (K25)=C14 (K26)
 LET C18 (K25)=C15 (K26)
 LET C10 (K27)=C13 (K26)
 LET C11 (K27)=C14 (K26)
 LET C12 (K27)=C15 (K26)
 LET C16 (K26)=C13 (K27)
 LET C17 (K26)=C14 (K27)
 LET C18 (K26)=C15 (K27)
 LET C10 (K28)=C13 (K27)
 LET C11 (K28)=C14 (K27)
 LET C12 (K28)=C15 (K27)
 LET C16 (K27)=C13 (K28)
 LET C17 (K27)=C14 (K28)
 LET C18 (K27)=C15 (K28)
 LET C10 (K29)=C13 (K28)
 LET C11 (K29)=C14 (K28)
 LET C12 (K29)=C15 (K28)
 LET C16 (K28)=C13 (K29)
 LET C17 (K28)=C14 (K29)
 LET C18 (K28)=C15 (K29)
 LET C10 (K30)=C13 (K29)
 LET C11 (K30)=C14 (K29)
 LET C12 (K30)=C15 (K29)
 LET C16 (K29)=C13 (K30)
 LET C17 (K29)=C14 (K30)
 LET C18 (K29)=C15 (K30)
 LET K32=31
 LET K33=K32+1
 LET K34=K32+2
 LET K35=K32+3
 LET K36=K32+4



```

LET C10 (K31)=C13 (K30)
LET C11 (K31)=C14 (K30)
LET C12 (K31)=C15 (K30)
LET C16 (K30)=C13 (K31)
LET C17 (K30)=C14 (K31)
LET C18 (K30)=C15 (K31)
LET C10 (K32)=C13 (K31)
LET C11 (K32)=C14 (K31)
LET C12 (K32)=C15 (K31)
LET C16 (K31)=C13 (K32)
LET C17 (K31)=C14 (K32)
LET C18 (K31)=C15 (K32)
LET C10 (K33)=C13 (K32)
LET C11 (K33)=C14 (K32)
LET C12 (K33)=C15 (K32)
LET C16 (K32)=C13 (K33)
LET C17 (K32)=C14 (K33)
LET C18 (K32)=C15 (K33)
LET C10 (K34)=C13 (K33)
LET C11 (K34)=C14 (K33)
LET C12 (K34)=C15 (K33)
LET C16 (K33)=C13 (K34)
LET C17 (K33)=C14 (K34)
LET C18 (K33)=C15 (K34)
LET C10 (K35)=C13 (K34)
LET C11 (K35)=C14 (K34)
LET C12 (K35)=C15 (K34)
LET C16 (K34)=C13 (K35)
LET C17 (K34)=C14 (K35)
LET C18 (K34)=C15 (K35)
LET C16 (K35)=C13 (K36)
LET C17 (K35)=C14 (K36)
LET C18 (K35)=C15 (K36)
COPY C13-C15 M1
ERASE C13-C15
TRANS M1 M2
COPY M2 C2001-C2035
COPY C2001-C2034 M3
TRANS M3 M4
COPY M4 C13-C15
LET C19=((C18-C12)-((C15-C12)/(C14-C11))*(C17-C11))/((C16-C10)-
((C13-C10)/(C14-C11))*(C17-C11)) #nilai ai#
LET C20=((C18-C12)/(C17-C11))-(C19*((C16-C10)/(C17-C11))) #bi#
LET C21=(C12-(C19*C10)-(C20*C11)) #ci#
LET C22=SUM(ABSO(C3-(C19(K2)*C1)-(C20(K2)*C2)-C21(K2))) #Gi#
LET C22(K3)=SUM(ABSO(C3-(C19(K3)*C1)-(C20(K3)*C2)-C21(K3)))
LET C22(K4)=SUM(ABSO(C3-(C19(K4)*C1)-(C20(K4)*C2)-C21(K4)))
LET C22(K5)=SUM(ABSO(C3-(C19(K5)*C1)-(C20(K5)*C2)-C21(K5)))
LET C22(K6)=SUM(ABSO(C3-(C19(K6)*C1)-(C20(K6)*C2)-C21(K6)))
LET C22(K7)=SUM(ABSO(C3-(C19(K7)*C1)-(C20(K7)*C2)-C21(K7)))
LET C22(K8)=SUM(ABSO(C3-(C19(K8)*C1)-(C20(K8)*C2)-C21(K8)))
LET C22(K9)=SUM(ABSO(C3-(C19(K9)*C1)-(C20(K9)*C2)-C21(K9)))
LET C22(K10)=SUM(ABSO(C3-(C19(K10)*C1)-(C20(K10)*C2)-C21(K10)))
LET C22(K11)=SUM(ABSO(C3-(C19(K11)*C1)-(C20(K11)*C2)-C21(K11)))
LET C22(K12)=SUM(ABSO(C3-(C19(K12)*C1)-(C20(K12)*C2)-C21(K12)))
LET C22(K13)=SUM(ABSO(C3-(C19(K13)*C1)-(C20(K13)*C2)-C21(K13)))

```



```

LET C22 (K14)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K14) *C1) - (C20 (K14) *C2) -C21 (K14) ))
LET C22 (K15)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K15) *C1) - (C20 (K15) *C2) -C21 (K15) ))
LET C22 (K16)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K16) *C1) - (C20 (K16) *C2) -C21 (K16) ))
LET C22 (K17)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K17) *C1) - (C20 (K17) *C2) -C21 (K17) ))
LET C22 (K18)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K18) *C1) - (C20 (K18) *C2) -C21 (K18) ))
LET C22 (K19)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K19) *C1) - (C20 (K19) *C2) -C21 (K19) ))
LET C22 (K20)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K20) *C1) - (C20 (K20) *C2) -C21 (K20) ))
LET C22 (K21)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K21) *C1) - (C20 (K21) *C2) -C21 (K21) ))
LET C22 (K22)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K22) *C1) - (C20 (K22) *C2) -C21 (K22) ))
LET C22 (K23)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K23) *C1) - (C20 (K23) *C2) -C21 (K23) ))
LET C22 (K24)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K24) *C1) - (C20 (K24) *C2) -C21 (K24) ))
LET C22 (K25)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K25) *C1) - (C20 (K25) *C2) -C21 (K25) ))
LET C22 (K26)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K26) *C1) - (C20 (K26) *C2) -C21 (K26) ))
LET C22 (K27)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K27) *C1) - (C20 (K27) *C2) -C21 (K27) ))
LET C22 (K28)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K28) *C1) - (C20 (K28) *C2) -C21 (K28) ))
LET C22 (K29)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K29) *C1) - (C20 (K29) *C2) -C21 (K29) ))
LET C22 (K30)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K30) *C1) - (C20 (K30) *C2) -C21 (K30) ))
LET C22 (K31)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K31) *C1) - (C20 (K31) *C2) -C21 (K31) ))
LET C22 (K32)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K32) *C1) - (C20 (K32) *C2) -C21 (K32) ))
LET C22 (K33)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K33) *C1) - (C20 (K33) *C2) -C21 (K33) ))
LET C22 (K34)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K34) *C1) - (C20 (K34) *C2) -C21 (K34) ))
LET C22 (K35)=SUM(ABSO (C3- (C19 (K35) *C1) - (C20 (K35) *C2) -C21 (K35) ))
SORT C19-C22 C29-C32;
BY C22.
LET C101 (K50)=C29 (1)
LET C102 (K50)=C30 (1)
LET C103 (K50)=C31 (1)
LET C104 (K50)=C32 (1)
END

```

