ESTIMASI CADANGAN KLAIM *INCURRED BUT NOT REPORTED* (IBNR) MENGGUNAKAN METODE *CHAIN LADDER* DAN PENDEKATAN *OVER-DISPERSED POISSON*

TUGAS AKHIR

Ajeng Prastiwi

14611252

JURUSAN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA

YOGYAKARTA

2018

ESTIMASI CADANGAN KLAIM *INCURRED BUT NOT REPORTED* (IBNR) MENGGUNAKAN METODE *CHAIN LADDER* DAN PENDEKATAN *OVER-DISPERSED POISSON*

TUGAS AKHIR

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh Gelar Sarjana
Jurusan Statistika

Ajeng Prastiwi

14611252

JURUSAN STATISTIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA

YOGYAKARTA

2018

HALAMAN PERSETUJUAN PEMBIMBING

TUGAS AKHIR

Judul : Estimasi Cadangan Klaim *Incurred But Not Reported* (IBNR) Menggunakan Metode *Chain Ladder* dan Pendekatan *Over-Dispersed Poisson*

Nama Mahasiswa : Ajeng Prastiwi

Nomor Mahasiswa : 14 611 252

TUGAS AKHIR INI TELAH DIPERIKSA DAN DISETUJUI UNTUK DIUJIKAN

Yogyakarta, 27 Maret 2018

Pembimbing

(M. Hasan Sidiq Kurniawan, S.Si., M.Sc.)

HALAMAN PENGESAHAN

TUGAS AKHIR

ESTIMASI CADANGAN KLAIM *INCURRED BUT NOT REPORTED* (IBNR) MENGGUNAKAN METODE *CHAIN LADDER* DAN PENDEKATAN *OVER-DISPERSED POISSON*

Nama Mahasiswa : **Ajeng Prastiwi**

Nomor Mahasiswa : **14 611 252**

TUGAS AKHIR INI TELAH DIUJIKAN

27 MARET 2018

Nama Penguji	**Tanda Tangan**
1. Ir. Ali Parkhan, M.T.	.....
2. Dr. Jaka Nugraha, S.Si., M.Si.	.....
3. M. Hasan Sidiq Kurniawan, S.Si., M.Sc.	.....

Mengetahui,

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Drs. Allwar M.Sc., PhD

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya selama melaksanakan Tugas Akhir sehingga dapat terselesaikan. Shalawat serta salam tercurah kepada Nabi Muhammad SAW. Tugas Akhir yang berjudul "Estimasi Cadangan Klaim *Incurred But Not Reported* (IBNR) Menggunakan Metode *Chain Ladder* dan Pendekatan *Over-Dispersed Poisson*" ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana Jurusan Statistika di Universitas Islam Indonesia. Selama menulis Tugas Akhir, penulis telah banyak mendapat bimbingan dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis bermaksud menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Kedua orang tua penyusun, Alm. Bapak Sulardjo dan Ibu Sri Murwany beserta kakak-kakak tersayang Eko Sucahyo, Pramono Sucahyo, Sigit Prasetyo, dan Dina Carolina yang selalu memberikan semangat dan dukungan doa disetiap langkah penulis.
2. Bapak Drs. Allwar, M.Sc, Ph.D selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Indonesia, Yogyakarta beserta jajarannya.
3. Bapak Dr. RB. Fajriya Hakim, S.Si, M.Si, selaku Ketua Jurusan Statistika beserta seluruh jajarannya.
4. Bapak Muhammad Hasan Sidiq Kurniawan S.Si, M.Sc, yang sangat berjasa dalam penyelesaian Tugas Akhir ini dan selalu memberi bimbingan selama penulisan Tugas Akhir ini.
5. Dosen-dosen Statistika Universitas Islam Indonesia yang telah mendidik dan memberi ilmunya kepada penulis serta selalu menginspirasi.
6. Sahabat-sahabat yang selalu memberikan semangat selama penulisan Tugas Akhir ini, Ica, Indah, Adis, Putri, Lala, dan Mia.
7. Teman-teman seperjuangan satu bimbingan Tugas Akhir ini Ulin, Panji, Rima, Ratih, Nilam, Roni, Tista, Irsyad, Yusi, Dhea, Ellysa, dan Inayatus yang telah

berbagi cerita dan selalu memberikan semangat dalam pembuatan Tugas Akhir ini.

8. Teman-teman yang selalu memberikan semangat dalam penyelesaian Tugas Akhir ini Natasha, Fita, Anti, Ito, Dinda, Kuslan, dan Febrian.
9. Teman-teman KKN unit 133, Ingried, Indah, Ani, Iin, Bagus, Ghalib, Adya, dan Riza yang telah berbagi suka dan duka di Desa Lubang Indangan.
10. Seluruh pihak yang baik secara langsung maupun tidak langsung membantu penulis dalam penyelesaian Tugas Akhir ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari sempurna, oleh karena itu segala kritik dan saran yang bersifat membangun selalu penulis harapkan. Semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi penulis khususnya dan bagi semua yang membutuhkan. Akhir kata, semoga Allah SWT selalu melimpahkan rahmat serta hidayah-Nya kepada kita semua, aamiin aamiin ya rabbal'alamiin.

Wassalamu'alaikum, Wr. Wb.

Yogyakarta, 27 Maret 2018

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR iv
DAFTAR ISI vi
DAFTAR TABEL viii
DAFTAR GAMBAR ix
DAFTAR LAMPIRAN x
DAFTAR NOTASI xi
PERNYATAAN xii
INTISARI xiii
ABSTRACT xiv
BAB I 1
PENDAHULUAN 1
1. 1 Latar Belakang 1
1. 2 Rumusan Masalah 5
1. 3 Batasan Masalah 5
1. 4 Jenis Penelitian dan Metode Analisis 5
1. 5 Tujuan Penelitian 6
1. 6 Manfaat Penelitian 6
BAB II 7
2. 1 Penelitian Terdahulu 7
2. 2 Landasan Teori 11
2.2. 1 Perusahaan Asuransi 11
2.2. 2 Definisi Klaim, Polis, dan Premi 12
2.2. 3 Cadangan Klaim 13
2.2. 4 Outstanding Claims Liability 15
2.2. 5 Run-Off Triangle 15
2.2. 6 Distribusi Keluarga Eksponensial 17
2.2. 7 Maximum Likelihood Estimation (MLE) 17
2.2. 8 Metode Chain Ladder 18
2.2. 9 *Generalized Linear Model* (GLM) 19
2.2. 10 Distribusi Tweedie 20

2.2. 11 Model Over-Dispersed Poisson (ODP) 21
2.2. 12 Prediction Error..... 23
BAB III..... 24
3. 1. Studi Kasus..... 24
3. 2. Metodologi Penelitian 25
3. 3. Hasil Analisis..... 27
3.3. 1 Tahapan Perhitungan Metode *Chain Ladder*..... 27
3.3. 4. Estimasi Cadangan Klaim Menggunakan Metode *Chain Ladder* 35
3.3. 5. Estimasi Cadangan Klaim Menggunakan Metode Pendekatan ODP . 38
BAB IV 49
DAFTAR PUSTAKA 51
LAMPIRAN..... 54

DAFTAR TABEL

Nomor	Judul	Halaman
2.1	Rangkuman Penelitian Terdahulu	9
2.2	*Run-off Triangle Incremental*	16
2.3	Distribusi keluarga eksponensial	17
2.4	Anggota distribusi Tweedie	20
3.1	Penjelasan Variabel	25
3.2	Perhitungan *Chain Ladder* Menggunakan Program R	27
3.3	Perhitungan GLM Menggunakan Program R	29
3.4	*Run-off Triangle Incremental* (USD)	31
3.5	Lanjutan *Run-off Triangle Incremental* (USD)	32
3.6	*Run-off Triangle Cumulative*(USD)	33
3.7	Lanjutan *Run-off Triangle Cumulative*(USD)	33
3.8	Hasil perhitungan faktor tahun penundaan	36
3.9	Hasil estimasi jumlah klaim metode *Chain Ladder* (USD)	37
3.10	Lanjutan estimasi jumlah klaim metode *Chain Ladder*(USD)	37
3.11	Cadangan Klaim per Tahun	38
3.12	Hasil estimasi parameter	39
3.13	Hasil keputusan parameter tahun kejadian	40
3.14	Hasil keputusan parameter tahun penundaan	41
3.15	Hasil cadangan klaim menggunakan metode GLM (USD)	42
3.16	Lanjutan total cadangan klaim metode GLM (USD)	43
3.17	Cadangan Klaim per Tahun	43
3.18	Total cadangan klaim ditahun berikutnya	44
3.19	Hasil *prediction error* metode GLM	45
3.20	Perbedaan *Chain Ladder* dan GLM	46

DAFTAR GAMBAR

Nomor	Judul	Halaman
2.1	Definisi Klaim	12
2.2	Kejadian yang berkaitan dengan klaim	13
3.1	Tahapan Penelitian	26
3.2	Visualisasi data *incremental claims*	34
3.3	Visualisasi data *cumulative claims*	35
3.4	Grafik total klaim terbayar dan total cadangan klaim	46

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	*Run-off Triangle Cumulative Claims*
Lampiran 2	Estimasi Faktor Tahun Penundaan Metode *Chain Ladder*
Lampiran 3	Estimasi Cadangan Klaim Kumulatif ($\widehat{D}_{i,j}$)
Lampiran 4	Estimasi Cadangan Klaim Per Tahun Kejadian Menggunakan Metode *Chain Ladder*
Lampiran 5	Perhitungan Bagian Bawah *Run-off Triangle* Menggunakan GLM
Lampiran 6	Perhitungan Bagian Bawah *Run-off Triangle* Menggunakan GLM
Lampiran 7	*Syntax* Program R untuk metode *Chain Ladder*
Lampiran 8	*Syntax* Program R untuk metode *Generalized Linear Model*
Lampiran 9	*Output* Program *R* menggunakan metode *Chain Ladder*
Lampiran 10	*Output* Program *R* menggunakan metode GLM

DAFTAR NOTASI

$C_{i,j}$	:	Besar klaim inkremental yang terjadi pada tahun kejadian ke-*i* dan tahun penundaan ke-*j*
$D_{i,j}$	:	Besar klaim kumulatif yang terjadi pada tahun kejadian ke-*i* dan tahun penundaan ke-*j*
$\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{\boldsymbol{j}}$	:	Faktor tahun penundaan ke-*j*
$\hat{R}$	:	Estimasi total cadangan klaim
$m_{i,j}$	:	Rata-rata klaim tahun kejadian ke-*i* dan tahun penundaan ke-*j*
c	:	Parameter konstanta
α_i	:	Parameter tahun kejadian ke-*i*
β_j	:	Parameter tahun penundaan ke-*j*
r_p	:	*Residual pearson*
$\hat{\phi}$	:	Parameter Dispersi
n	:	Jumlah tahun kejadian/penundaan
p	:	Jumlah parameter

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang sebelumnya pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu perguruan tinggi dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan orang lain, kecuali yang diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Yogyakarta, 27 Maret 2018



Penulis

ESTIMASI CADANGAN KLAIM *INCURRED BUT NOT REPORTED* (IBNR) MENGGUNAKAN METODE *CHAIN LADDER* DAN PENDEKATAN *OVER-DISPERSED POISSON*

Ajeng Prastiwi

Program Studi Statistika Fakultas MIPA

Universitas Islam Indonesia

INTISARI

Cadangan klaim merupakan salah satu permasalahan penting pada asuransi umum, mengingat perusahaan asuransi dituntut untuk selalu dapat menyediakan cadangan yang cukup untuk menutup pembayaran klaim di masa yang akan datang. Menurut Taylor, McGuire, dan Greenfield, metode statistik yang paling populer dalam memprediksi cadangan klaim adalah metode *Chain Ladder* yang digunakan dalam *run-off triangle*. Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan nilai cadangan klaim menggunakan model stokastik. Model stokastik yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan *Over-Dispersed Poisson* (ODP). Dengan menerapkan model stokastik, dapat diperoleh kesalahan prediksi pada estimator dan interval selang kepercayaan dari cadangan klaim. Penelitian ini menjelaskan bagaimana mengestimasi cadangan klaim menggunakan metode *Chain Ladder* dan membandingkan hasilnya dengan menggunakan pendekatan *Over-Dispersed Poisson*. Studi kasus yang digunakan dalam penelitian ini adalah data klaim IBNR (*Incurred But Not Reported*) pada periode 2005-2014 pada perusahaan asuransi di Amerika Serikat yang diperoleh dari *National Association of Insurance Commissioners* (NAIC). Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa kedua metode memperoleh nilai cadangan klaim yang sama. Kelebihan dari pendekatan *Over-Dispersed Poisson* adalah memberikan ukuran kesalahan prediksi. Estimasi menggunakan pendekatan ODP memberikan interval selang kepercayaan antara USD 2,423,542 dan USD 2,424,364 dengan kesalahan prediksi sebesar USD 76,561 atau 3.16%. Perusahaan asuransi dapat menyiapkan cadangan klaim lebih kecil dengan menggunakan batas bawah dari *confidence interval* dari pendekatan *Over-Dispersed Poisson*.

Kata Kunci : *Cadangan Klaim, Chain Ladder, Generalized Linear Model, Over-Dispersed Poisson*

ESTIMATION OF CLAIMS RESERVE INCURRED BUT NOT REPORTED (IBNR) USING CHAIN LADDER METHOD AND OVER-DISPERSED POISSON APPROACH

Ajeng Prastiwi

Department of Statistics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences

Islamic University of Indonesia

ABSTRACT

Claim reserve is one of the most important issues in general insurance, considering that insurance companies are required to always be able to provide enough claim reserve to cover claims payment in the future. According to Taylor, McGuire, and Greenfield, the most popular statistical method in the claim reserve literature is Chain Ladder method which can be used in cumulative run-off triangle frameworks. This study aims to get the value of claim reserve by using stochastic model. The stochastic model discussed in this research is a Over-Dispersed Poisson approach. By applying a stochastic model, it is possible to determine the prediction error of the estimator and the confidence interval of the outstanding claims liability. In this research describe how to estimate the claim reserve using Chain Ladder Method and compare the results with using Over-Dispersed Poisson approach. Case study used in this research is claim data of IBNR (Incurred But not Reported) on period 2005-2014 for insurance company in United States which taken from National Association of Insurance Commissioners (NAIC). The results shows that both of the method give the same reserve. In addition, the prediction error of Over-Dispersed Poisson approach is measurable. The estimation using ODP show the result of confidence interval between USD 2,423,542 and USD 2,424,364 with prediction error of USD 76,561 or 3.16%. The insurance company can provide a smaller claim reserve by using the lower limit of the confidence interval of the Over-Dispersed Poisson approach.

Keywords: Claim Reserve, Chain Ladder, Generalized Linear Model, Over-Dispersed Poisson

BAB I

PENDAHULUAN

1. 1 Latar Belakang

Perkembangan industri asuransi di Indonesia dari tahun ke tahun semakin menjanjikan. Hal ini dapat dilihat dari data statistik perasuransian Indonesia pada tahun 2015 yang diterbitkan oleh Otoritas Jasa Keuangan yang menunjukkan bahwa jumlah premi bruto industri asuransi pada tahun 2015 mencapai Rp295.56 triliun, mengalami peningkatan sebesar 19.5% dari tahun sebelumnya yaitu Rp247.29 triliun. Dalam lima tahun terakhir, pertumbuhan rata-rata premi bruto adalah sekitar 18.6%. Apabila jumlah premi bruto tersebut dibandingkan dengan jumlah penduduk Indonesia pada tahun 2015, yaitu sebesar 255 juta jiwa, akan diperoleh densitas asuransi sebesar Rp1,159,070.28. Hal ini memiliki pengertian bahwa secara rata-rata setiap penduduk Indonesia mengeluarkan dana sebesar Rp.1,159,070.28 untuk membayar premi asuransi. Kondisi di Negara maju seperti Amerika Serikat, perusahaan asuransi merupakan bagian penting dari sektor jasa keuangan, industri asuransi berkontribusi hampir 40% PDB dari lembaga keuangan. Industri asuransi di Amerika Serikat merupakan yang terbesar di dunia dalam hal pendapatan. Sejak 2011, pendapatan tahunan industri, yang dikenal sebagai premi asuransi melampaui angka USD 1.2 triliun (Millard, 2015).

Asuransi adalah sebuah janji dari perusahaan asuransi (penanggung) kepada nasabahnya (tertanggung) bahwa apabila nasabah mengalami risiko dalam hidupnya, maka perusahaan asuransi tersebut akan memberikan suatu santunan dengan jumlah tertentu kepada nasabahnya. Kontrak antara perusahaan asuransi dan nasabah tersebut dinamakan polis asuransi, sedangkan besarnya manfaat risiko bisa tergantung pada peluang terjadinya risiko dan suku bunga yang ditetapkan oleh pihak perusahaan asuransi atau penanggung. Dengan membayarkan sejumlah uang yang disebut premi, risiko kerugian yang mungkin dapat timbul dari nasabah pada waktu mendatang telah ditanggung oleh perusahaan asuransi tersebut sesuai dengan

polis yang berlaku. Perusahaan wajib menyiapkan dana siap pakai secara tepat untuk memenuhi kewajiban kepada tertanggung atau pemegang polis asuransi yang disebut cadangan teknis. Cadangan teknis terdapat dua jenis yaitu cadangan premi dan cadangan klaim. Cadangan premi adalah sejumlah uang yang dihimpun oleh perusahan asuransi yang diperoleh dari selisih nilai santunan dan nilai tunai pembayaran pada suatu waktu pertanggungan sebagai persiapan pembayaran klaim (Black & Skipper, 1993). Sedangkan, cadangan klaim adalah sejumlah uang yang perusahaan asuransi siapkan untuk memenuhi pembayaran di masa mendatang terkait dengan klaim yang sudah terjadi namun belum dibayarkan atau diselesaikan pada saat tanggal tertentu (Maher, 1992). Penyelesaian pembayaran klaim biasanya dilakukan oleh perusahaan asuransi setelah dilaporkan. Namun pada beberapa jenis asuransi, penyelesaian pembayaran klaim memerlukan waktu yang lama atau ditunda pembayarannya selama beberapa periode tertentu.

Hubungan antara waktu kejadian dengan penundaan terkait klaim ini disebut *outstanding claims*. Penaksiran *outstanding claims* sangat penting bagi perusahaan asuransi, mengingat perusahaan asuransi dituntut untuk selalu dapat menyediakan cadangan yang cukup untuk menutup pembayaran klaim di masa yang akan datang. Jika perkiraan *outstanding claims* terlalu tinggi dari nilai sebenarnya, maka perusahaan asuransi tidak bisa menggunakan dana yang tersisa untuk keperluan lain, sedangkan ketika perkiraan *outstanding claims* terlalu rendah dari nilai sebenarnya, maka perusahaan asuransi tidak bisa memenuhi kewajibannya untuk membayar tuntutan klaim yang diajukan oleh pihak tertanggung. Ada dua jenis *outstanding claims*, yaitu *Incurred but Not Reported* (IBNR) yaitu peristiwa yang telah terjadi tetapi belum dilaporkan ke perusahaan asuransi dan *Reported but Not Settled* (RBNS) yaitu peristiwa yang telah dilaporkan namun pembayarannya belum terselesaikan (Hossack, Pollar, & Zenwirth, 1999).

Ada fakta menarik yang timbul dari data observasi *outstanding claims.* Jika data ini disusun berdasarkan waktu kejadian sebagai kolom serta waktu penundaan sebagai baris, maka diperoleh bentuk matriks segitiga atas yang berisi informasi dari data yang terobservasi. Matriks yang biasa disebut dengan *run off triangle* ini dapat berisi informasi *number of claims* maupun *incremental claim amounts*, serta

jumlahan kumulatifnya. Dari bentuk matriks ini, muncul istilah teknik *Chain-Ladder* untuk mengestimasi nilai yang tidak diketahui pada *run-off triangle* tersebut.

Ada beberapa metode statistika yang dapat digunakan untuk menaksir *outstanding claims liability*. Secara umum metode tersebut terbagi ke dalam dua bagian besar yaitu yang sifatnya deterministik dan stokastik. Metode *Chain-Ladder* merupakan metode deterministik yang paling populer untuk menaksir *outstanding claims* karena kesederhanaannya dan bersifat bebas sebaran (Mack, 1993). Tujuan dari metode *Chain Ladder* adalah memprediksi *future triangle* dengan menggunakan *development factor* dan besar *cumulative claims* yang terletak pada diagonal utama *run-off triangle*. *Development factor* adalah istilah yang digunakan untuk menggambarkan perkembangan besar klaim.

Meskipun tidak diketahui dengan baik kekurangan yang muncul dari teknik *Chain Ladder*, metode ini menempati posisi yang unggul dengan banyaknya praktisi yang telah menggunakan teknik ini sebagai alat untuk mengestimasi cadangan klaim. Alasan utamanya adalah karena kesederhanaannya dan bersifat bebas distribusi. Metode ini sering digunakan sebagai *gold standar (benchmark)* karena penggunaannya yang umum dan mudah untuk diterapkan (Taylor, McGuire, & Greenfield, 2003). Salah satu penelitian mengenai *Chain Ladder* oleh Ikhwan Abiyyu dengan judul "Proyeksi Cadangan Klaim dengan Metode *Munich Chain-Ladder*", penelitian tersebut menjelaskan cara estimasi cadangan klaim menggunakan metode *Munich Chain-Ladder* dan membandingkan hasilnya dengan menggunakan metode *Chain Ladder*, serta memberikan contoh data dimana metode *Munich Chain-Ladder* tidak menghasilkan proyeksi yang baik (Abiyyu, 2015). Namun, metode *Chain-Ladder* yang dikategorikan metode deterministik tidak dapat memodelkan variasi dari klaim tersebut, sehingga perusahaan asuransi tidak dapat menarik informasi penting lainnya. Satu hal substansional untuk literatur ini yaitu dengan mempertimbangkan perkembangan dari teknik mencadangan klaim stokastik, yang secara jelas lebih bermanfaat dari pada teknik deterministik, dalam hal ini adanya variasi sangat berguna karena perusahaan dapat mengetahui

kemungkinan kecukupan liabilitas perusahaan seperti ketentuan melakukan *diagnostic checking* dan juga menghasilkan interval konfidensi.

Model stokastik teknik *Chain-Ladder* pertama kali ditemukan oleh Kremer pada tahun 1982 (Kremer, 1982), kemudian dikembangkan oleh England dan Verral pada tahun 2002 pada publikasinya yang berjudul "*Stochastic Claims Reserving in General Insurance*". Dengan asumsi-asumsi awal yang diberikan, seperti data yang berdistribusi Poisson, Multinomial, Gamma, maupun Log-Normal, serta memanfaatkan pendekatan *Maximum Likelihood Estimastion* (MLE) dan perhitungan secara rekursif, istilah metode stokastik teknik *Chain Ladder* atau yang biasa disebut *Generalized Linear Model* (GLM)) muncul dan semakin banyak dikembangkan oleh para ahli aktuaria. Beberapa peneliti menyarankan *Generalized Linear Model* (GLM) untuk model biaya klaim sebagai fungsi dari faktor risiko pada asuransi seperti yang terdapat pada Ismail dan Jemain (2007) ataupun Mccullagh dan Nelder (1989).

Keunggulan dari metode stokastik dibandingkan dengan metode deterministik adalah dalam mengestimasi cadangan klaim tidak hanya dalam bentuk *expected values*, namun juga dapat memodelkan variansi dari klaim tersebut, selain itu diperoleh pula nilai *prediction error* untuk melihat keakuratan dari prediksi tersebut. Asumsi yang harus dipenuhi dalam regresi linier adalah *error* berdistribusi normal, namun pada *Generalized Linear Model* (GLM), nilai *error* yang dihasilkan tidak harus berdistibusi normal sehingga lebih fleksibel dalam penggunaan data untuk analisis nantinya. Pada Tugas Akhir ini, prediksi *outstanding claims liability* (cadangan klaim) ditentukan menggunakan suatu model stokastik. Model stokastik yang dibahas pada Tugas Akhir ini adalah *Generalized Linear Model* (GLM) dengan pendekatan *Over-Dispersed Poisson* (ODP), dimana *Over-Dispersed Poisson* merupakan anggota dari distribusi *Tweedie* yang tidak lain adalah keluarga dispersi eksponensial. Hasil yang diperoleh kemudian akan dibandingan dengan hasil estimasi klaim *Metode Chain Ladder*.

1. 2 Rumusan Masalah

Berdasarkan penjelasan latar belakang, maka permasalahan yang dapat diidentifikasi dalam Tugas Akhir antara lain adalah:

1. Bagaimana penerapan metode *Generalized Linear Model* (GLM) dengan pendekatan *Over-Dispersed Poisson* (ODP) dalam memprediksi cadangan klaim?
2. Bagaimana hasil perbandingan *Chain Ladder* dan pendekatan *Over-Dispersed Poisson* dalam memprediksi cadangan klaim?

1. 3 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam Tugas Akhir ini adalah:

1. Data yang digunakan dalam Tugas Akhir ini yaitu berupa data sekunder yang didapatkan dari laporan tahunan *National Association of Insurance Commissioners* (NAIC) yang berjudul "*Statistical Compilation of Annual Statement Information for Property/Casualty Insurance Companies*". Data tersebut merupakan data klaim berbentuk *run-off triangle incremental*.
2. Data yang diolah yaitu data *Workers Compensation* dari perusahaan asuransi di Amerika Serikat periode tahun 2005 sampai 2014.
3. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Chain Ladder* dan pendekatan *Over-Dispersed Poisson*.
4. Jenis *outstanding claims* yang digunakan yaitu *Incurred but Not Reported* (IBNR), keadaan dimana peristiwa yang telah terjadi tetapi belum dilaporkan ke perusahaan asuransi.
5. Data diolah menggunakan bantuan *software R 3.3.3* dengan *package ChainLadder*.

1. 4 Jenis Penelitian dan Metode Analisis

Jenis penelitian dalam Tugas Akhir ini adalah penelitian teoritis, yang mengacu pada jurnal yang berjudul "*Stochastic Claims Reserving in General Insurance"* oleh England dan Verral pada tahun 2002. Metode analisis yang akan digunakan

adalah *Generalized Linear Model* (GLM) yang hasilnya akan dibandingkan dengan *Chain Ladder*.

1. 5 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian dalam Tugas Akhir ini adalah:

1. Mengetahui tahapan estimasi cadangan klaim dengan teknik *Chain-Ladder*.
2. Mengenalkan teknik yang digunakan untuk memodelkan *outstanding claims* yang bersifat stokastik yaitu *Generalized Linear Model*.
3. Memprediksi cadangan klaim yang diperlukan perusahaan asuransi dengan *Generalized Linear Model* pada pendekatan *Over Dispersed Poisson*

1. 6 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari Tugas Akhir ini adalah:

1. Menambah wawasan mengenai aplikasi statistika dalam perhitungan cadangan klaim baik menggunakan metode deterministik maupun stokastik.
2. Memberikan metode alternatif bagi perusahaan-perusahaan asuransi sebagai rujukan dalam estimasi perhitungan cadangan klaim.
3. Perusahaan asuransi dapat mengambil kebijakan-kebijakan dengan lebih tepat dan akurat terkait dengan urusan *financial* perusahaan berdasarkan hasil cadangan klaim yang diperoleh menggunakan pendekatan *Over-Dispersed Poisson.*

BAB II
KAJIAN TEORI

2. 1 Penelitian Terdahulu

Penelitian tentang metode *Generalized Linear Model* (GLM) sudah dilakukan oleh beberapa peneliti sebelumnya, seperti penelitian yang dilakukan oleh England dan Verral (2002) yang berjudul "*Stochastic Claims Reserving in General Insurance*". Penelitian ini memperhitungkan berbagai model cadangan klaim stokastik yang digunakan dalam asuransi umum. Penelitian ini membahas berbagai macam metode cadangan klaim seperti *Chain Ladder, Bornhuetter-Forguson, Generalized Linear Model (GLM), Generalized Additive Model*, dan beberapa metode lainnya. Keunggulan metode *Generalized Linear Model (GLM)* dalam mengestimasi cadangan klaim adalah hasil estimasi tidak hanya dalam bentuk *expected values,* namun juga dapat memodelkan variansi dari klaim tersebut. Hal ini menjadi keunggulan tersendiri karena estimasi cadangan yang dihasilkan dapat diberikan juga dalam bentuk interval dengan tingkat keyakinan tertentu, sehingga seorang aktuaris dapat lebih fleksibel dengan jumlah cadangan klaim yang akan disisihkan nantinya.

Mustika Rizky Amalia (2014) dengan judul "Metode *Bootstrap* dalam Cadangan Klaim IBNR *(Incurred But Not Reported)*". Metode yang digunakan adalah *Generalized Linear Model* (GLM) dan mengaplikasikan metode *Bootstrap* dalam model *Over-Dispersed Poisson* yang merupakan bagian dari GLM. Penelitian ini menghasilkan kesimpulan bahwa hasil prediksi yang diberikan oleh model *Bootstrap* memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan model *Over-Dispersed Poison* tanpa mengurangi kebaikan dari model tersebut.

Penelitian yang berjudul "Prediksi Cadangan Klaim Asuransi dengan Metode *Bornhuetter-Ferguson*" oleh Muhammad Iqbal Hibatullah (2016). Metode yang digunakan adalah metode *Chain Ladder* dan *Bornhuetter-Ferguson*. Hasil yang

diperoleh dari penelitian tersebut adalah metode *Bornhuetter-Ferguson* memiliki nilai cadangan klaim lebih besar jika dibandingkan dengan metode *Chain Ladder.*

Kemudian penelitian oleh Lutviarini Latifah (2016) yang berjudul "Analisis Cadangan Klaim menggunakan *Generalized Linear Model* dan *Hierarchical Generalized Linear Model*". Pada tesis ini dibandingkan kesalahan prediksi sebagai ukuran kelayakan prediksi cadangan klaim menggunakan model *Over-Dispersed Poisson Gamma* (HGLM) dengan model *Over-Dispersed Poisson* (GLM). Penelitian ini menghasilkan kesimpulan bahwa, prediksi cadangan klaim total menggunakan model *Over-Dispersed Poisson Gamma* (HGLM) lebih besar dibandingkan dengan model *Over-Dispersed Poisson* (GLM), namun rata-rata kesalahan prediksinya lebih kecil sehingga dapat disimpulkan model *Over-Dispersed Poisson Gamma* (HGLM) lebih baik digunakan dalam estimasi cadangan klaim dibandingkan *Over-Dispersed Poisson* (GLM).

Selanjutnya penelitian yang dilakukan oleh Rizky Muharam (2017) dengan judul "Perbandingan Estimasi Cadangan Klaim Menggunakan Metode *Chain Ladder* dan *Generalized Linear Models* (GLMs) dengan Pendekatan *Over-Dispersed Poisson* Pada Asuransi Umum". Metode yang digunakan adalah *Chain Ladder* dan *Generalized Linear Models* (GLMs). Penelitian ini menghasilkan kesimpulan bahwa kedua metode memberikan cadangan klaim yang relatif sama, yaitu sebesar USD 1964890,133 dan USD 1964884,332 pada data klaim asuransi perusahaan *United Services Automobile Asn Grp*. Estimasi dengan metode GLMs menunjukkan hasil yang kurang baik yaitu menghasilkan *prediction error* total cadangan klaim sebesar 142,114.888 atau 7,23%.

Selanjutnya penelitian dari Silmi Karmila (2017) yang berjudul "Teori Kredibilitas dalam Memprediksi Cadangan Klaim Menggunakan Metode *Chain Ladder*". Pada penelitian ini dibahas mengenai tahapan prediksi cadangan klaim menggunakan teori kredibilitas dalam metode *Chain Ladder*. Hasil yang diperoleh dari penelitian ini menyatakan bahwa teori kredibilitas dalam metode *Chain Ladder* cukup baik dalam memprediksi cadangan klaim pada perusahaan yang baru berkembang karena dapat memprediksi besar cadangan klaim yang tidak dapat

diprediksi oleh data individual saja. Rangkuman penelitian terdahulu tersebut dapat disajikan dalam **Tabel 2.1**

Tabel 2. 1 Rangkuman penelitian terdahulu

No	Nama/ Tahun	Metode	Judul Penelitian	Hasil Penelitian
1	England dan Verral (2002)	*Generalized Linear Model* (GLM)	*Stochastic Claims Reserving in General Insurance*	Keunggulan metode *Generalized Linear Model (GLM)* dalam mengestimasi cadangan klaim adalah hasil estimasi tidak hanya dalam bentuk *expected values*, namun juga dapat memodelkan variansi dari klaim tersebut
2	Mustika Rizky Amalia (2014)	*Generalized Linear Model* (GLM) dan *Bootstrap* dalam model *Over-Dispersed Poisson*	Metode *Bootstrap* dalam Cadangan Klaim IBNR *(Incurred But Not Reported)*	Hasil prediksi yang diberikan oleh model *Bootstrap* memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan model *Over-Dispersed Poison* tanpa mengurangi kebaikan dari model tersebut.
3	Muhammad Iqbal Hibatullah (2016).	*Chain Ladder* dan *Bornhuetter-Ferguson*	Prediksi Cadangan Klaim Asuransi dengan Metode *Bornhuetter-Ferguson*	Hasil yang diperoleh dari penelitian tersebut adalah metode *Bornhuetter-Ferguson* memiliki nilai lebih besar jika dibandingkan dengan metode *Chain Ladder.*
4	Lutviarini Latifah (2016)	*Generalized Linear Model* dan *Hierarchical Generalized Linear Model*	Analisis Cadangan Klaim menggunakan *Generalized Linear Model*	Model *Over-Dispersed Poisson Gamma* (HGLM) lebih baik digunakan dalam estimasi cadangan klaim

No	Nama/ Tahun	Metode	Judul Penelitian	Hasil Penelitian
			dan *Hierarchical Generalized Linear Model*	dibandingkan dengan *Over-Dispersed Poisson* (GLM) karena menghasilkan kesalahan prediksi lebih kecil.
5	Rizky Muharam (2017)	*Chain Ladder* dan *Generalized Linear Model* (GLM)	Perbandingan Estimasi Cadangan Klaim Menggunakan Metode *Chain Ladder* dan *Generalized Linear Models* (GLMs) dengan Pendekatan *Over-Dispersed Poisson* Pada Asuransi Umum	Estimasi dengan metode GLMs menunjukkan hasil yang kurang baik yaitu menghasilkan *prediction error* total cadangan klaim sebesar 142114,888 atau 7,23%.
6	Silmi Karmila (2017)	Teori Krediabilitas dalam metode *Chain Ladder*	Teori Kredibilitas dalam Memprediksi Cadangan Klaim Menggunakan Metode *Chain Ladder*	Teori kredibilitas dalam metode *Chain Ladder* cukup baik dalam memprediksi cadangan klaim

Berdasarkan **Tabel 2.1**, peneliti telah mengkaji metode yang digunakan dalam penelitian-penelitian terdahulu, salah satunya yakni metode *Generalized Linear Model* (GLM) dengan pendekatan *Over-Dispersed Poisson*. Penelitian yang dilakukan dalam tugas akhir ini, berbeda dari penelitian sebelumnya pada studi kasus, yaitu peneliti menerapkannya pada data klaim perusahaan asuransi jenis kompensasi karyawan. Kemudian sebuah program untuk mempermudah dalam

perhitungan estimasi dibuat dengan bantuan *software R 3.3.3* dan dibantu dengan *package ChainLadder*. Metode *Chain Ladder* sendiri dikenalkan oleh Mack pada tahun 1993 (Mack, 1993). Pada tugas akhir ini, *package Chain Ladder* berfungsi untuk membentuk *data run-off triangle* dan juga estimasi parameter. Sedangkan, perhitungan estimasi klaim cadangan dibuat fungsi tersendiri.

2. 2 Landasan Teori

2.2. 1 Perusahaan Asuransi

Berdasarkan Undang-Undang Republik Indonesia No. 2 Tahun 1992 tentang usaha Perasuransian Bab 1 pasal 1 Asuransi atau pertanggungan adalah perjanjian antara dua pihak atau lebih, dengan mana pihak penanggung mengikatkan diri kepada tertanggung, dengan menerima premi asuransi, memberikan penggantian kepada tertanggung karena kerugian, kerusakan atau kehilangan keuntungan yang diharapkan, atau tanggung jawab hukum kepada pihak ketiga yang mungkin akan diderita tertanggung, yang timbul dari suatu peristiwa yang tidak pasti, atau memberikan suatu pembayaran yang didasarkan atas meninggal atau hidupnya seorang yang dipertanggungkan.

Selain pengertian menurut Undang-Undang, ada beberapa pengertian yang dikemukakan menurut para ahli sebagai berikut ini:

Menurut Mehr dan Cammack (2011) asuransi merupakan suatu alat untuk mengurangi risiko keuangan, dengan cara pengumpulan unit-unit *exposure* dalam jumlah yang memadai, untuk membuat agar kerugian individu dapat diperkirakan. Kemudian kerugian yang dapat diramalkan itu dipikul merata oleh mereka yang bergabung.

Menurut Green dalam Danarti (2011) asuransi adalah suatu lembaga ekonomi yang bertujuan mengurangi risiko, dengan jalan mengombinasikan dalam suatu pengelolaan sejumlah objek yang cukup besar jumlahnya, sehingga kerugian tersebut secara menyeluruh dapat diramalkan dalam batas-batas tertentu.

Sedangkan menurut William dan Heins dalam Danarti (2011) mendefinisikan asuransi berdasarkan dua sudut pandang, yaitu :

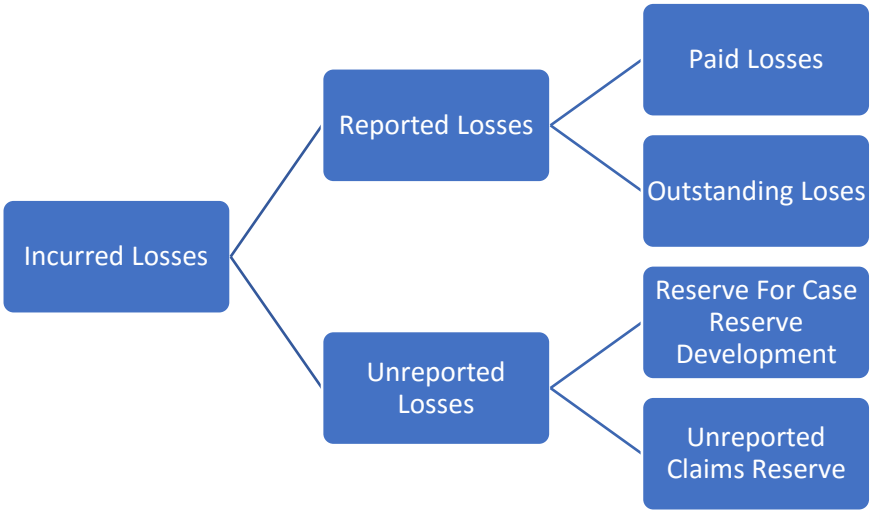
1. Asuransi adalah suatu pengaman terhadap kerugian finansial yang dilakukan oleh seorang penanggung.

2. Asuransi adalah suatu persetujuan dengan mana dua atau lebih orang atau badan mengumpulkan dana untuk menanggulangi kerugian finansial.

Berdasarkan definisi-definisi tersebut, maka dapat diambil satu pengertian yang mencakup semua sudut pandang diatas yaitu, asuransi merupakan alat untuk mengurangi risiko yang melekat pada perekonomian dengan cara menggabungkan sejumlah unit-unit yang terkena risiko yang sama atau hampir sama, dalam jumlah yang cukup besar, agar probabilitas kerugiannya dapat diramalkan dan bila kerugian yang diramalkan terjadi, akan dibagi secara proporsional oleh semua pihak dalam gabungan tersebut.

2.2. 2 Definisi Klaim, Polis, dan Premi

Klaim adalah jaminan terhadap risiko atau kerusakan yang terjadi oleh perusahaan asuransi kepada peserta asuransi sesuai kesepakatan polis (Bowers & Hickman, 1998). Menurut Tiller di dalam artikelnya tentang "*Individual Risk Rating*", klaim yang terjadi *(incurred claims)* terdiri dari klaim yang sudah dilaporkan *(reported claims)* dan klaim yang belum dilaporkan *(unreported claims).* Klaim yang sudah dilaporkan terdiri dari *paid claims* (klaim yang telah dibayar) dan *outstanding claims* (klaim yang masih dalam proses penyelesaian), sedangkan klaim yang belum dilaporkan terdiri dari *case reserve development* (klaim yang sudah terjadi namun belum sepenuhnya dilaporkan) dan *unreported claims* (klaim yang sudah terjadi namun tidak dilaporkan). Klaim dapat digambarkan sebagai berikut.



(Tiller, 1988)

Gambar 2. 1 Definisi Klaim

Untuk dapat mengajukan klaim, diperlukan perjanjian polis, dimana polis adalah suatu kontrak yang dibuat oleh perusahaan asuransi dengan pemegang polis yang berisi perjanjian membayar cicilan dengan jumlah tertentu selama periode tertentu. Cicilan yang harus dibayar oleh pemegang polis kepada perusahaan asuransi disebut premi (Bowers & Hickman, 1998).

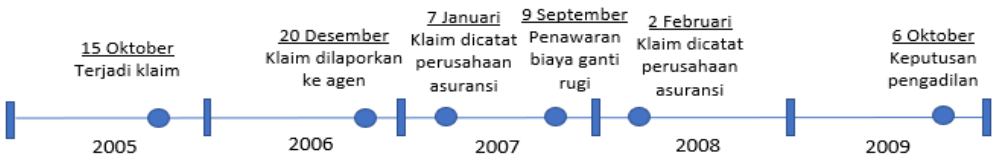
2.2. 3 Cadangan Klaim

Di dalam usaha asuransi terutama asuransi umum, cadangan klaim adalah dana yang harus disediakan oleh perusahaan asuransi untuk menutup kewajiban kepada pemegang polis di masa yang akan datang. Cadangan klaim terdiri dari cadangan klaim dalam proses penyelesaian *(reported claims)* dan cadangan klaim yang sudah terjadi tetapi belum dilaporkan *(unreported claims)*. Namun, pada penelitian ini akan difokuskan kepada cadangan klaim yang sudah terjadi tetapi belum dilaporkan *(unreported claims)*.

Ketika klaim terjadi, seorang penilai kerugian *(field adjuster)* akan membuat sebuah dokumen klaim *(claim file)*. Di dalam dokumen tersebut terdapat informasi tentang tanggal kejadian *(occurrence date)*, tanggal pelaporan *(reporting date)*, pengacara yang ditugaskan, dan sebagainya. Penilai kerugian diharapkan dapat

melakukan prediksi secepat mungkin, dan secara rutin memperbaharui total pembayaran klaim yang diharapkan *(the expected ultimate claim payment)*.

Brown menjelaskan suatu contoh pengembangan klaim seperti pada **Gambar 2.2**. Pada gambar tersebut terlihat bahwa suatu klaim yang terjadi tahun 2005 tetapi baru dilaporkan pada tahun 2006. Kasus ini dapat terjadi, misalnya pada asuransi kecelakaan dimana akibat kecelakaan baru terlihat beberapa waktu kemudian setelah penderita melalui proses penyembuhan (Brown & Gottlieb, 1993).



Gambar 2. 2 Kejadian yang berkaitan dengan klaim.

Secara umum cadangan kerugian dapat dibagi atas:

1. Klaim dalam penyelesaian *(specific claim in cause adjustment)*. Ini ditentukan oleh bagian klaim dalam perusahaan asuransi.
2. Kerugian-kerugian telah terjadi, tetapi belum dilaporkan *(incurred but not reported cases together with cases that may be-re opened).* Ini ditentukan oleh bagian akuntansi, statistik, dan aktuaria.

Urutan kejadian pada gambar diatas dapat dijelaskan sebagai berikut. Klaim yang terjadi pada bulan Oktober 2005 baru dilaporkan ke agen asuransi pada bulan Desember 2006. Perusahaan asuransi sendiri baru menerima laporan dan mencatatkannya pada bulan Januari 2007. Kemudian pada bulan September 2007, perusahaan asuransi membayar biaya pengobatan kepada tertanggung, misal sebesar Rp3.000.000,- dan menawarkan penggantian sisa kerugian sebesar Rp15.000.000,-. Tetapi, pada bulan Februari 2008, tetanggung menolak penawaran tersebut dan memutuskan melanjutkan gugatan ke pengadilan. Setelah melalui proses pengadilan yang cukup lama, akhirnya pada bulan Oktober 2009 pihak pengadilan memutuskan pembayaran sisa kerugian sebesar Rp32.000.000,-. Besar kerugian tersebut mencakup biaya rumah sakit dan biaya-biaya lain termasuk pendapatan tertanggung yang seharusnya bisa diperoleh selama tidak bekerja.

Dari gambaran tersebut, terdapat paling sedikit dua sumber ketidakpastian besar pembayaran klaim. Pertama, untuk klaim yang sudah dilaporkan, prediksi besar pembayaran klaim dapat berubah seiring waktu. Kedua, terdapat kemungkinan adanya pembayaran klaim tahun-tahun sebelumnya yang sudah terjadi tetapi belum dilaporkan ke perusahaan asuransi.

2.2. 4 *Outstanding Claims Liability*

Pada beberapa jenis asuransi, pembayaran klaim mungkin dilakukan tidak lama setelah klaim dilaporkan. Namun, pada beberapa jenis asuransi lain, terkadang pembayaran klaim membutuhkan waktu yang cukup lama diukur dari saat terjadinya klaim. Karakteristik seperti ini, dalam asuransi dikenal sebagai *long-tailed business*. Dalam *long-tailed business* dikenal istilah *outstanding claims liability*, yaitu hutang klaim yang masih harus dibayarkan oleh perusahaan asuransi. Taksiran *outstanding claims liability* memegang peranan penting, mengingat perusahaan asuransi dituntut untuk selalu dapat menyediakan cadangan yang cukup guna menutup pembayaran klaim dimasa datang. Jika prediksi *outstanding claims liability* buruk, maka perusahaan dapat mengalami kebangkrutan.

Metode penaksiran *outstanding claims liability* terbagi ke dalam dua bagian besar, yaitu yang sifatnya deterministik dan stokastik. Metode yang sifatnya deterministik antara lain metode *Chain Ladder* dikenalkan oleh Mack (1993), metode ini sangat populer dalam penggunaannya karena kesederhanaannya dan bebas distribusi. Metode yang sifatnya stokastik lebih memberikan penekanan pada ketersediaan ukuran kesalahan prediksi cadangan klaim. Algoritma cadangan klaim menggunakan metode *Chain-Ladder* diadaptasi pada beberapa model perhitungan cadangan klaim secara stokastik. England dan Verral (2002) melakukan penelitian mengenai cadangan klaim stokastik berdasarkan metode *Chain-Ladder* salah satunya model *Over-Dispersed Poisson* dari *Generalized Linear Model* (GLM).

2.2. 5 *Run-Off Triangle*

Umumnya penaksiran *outstanding claims* untuk asuransi kelas bisnis *log-tail* didasarkan pada data *run-off triangle*. Kelas bisnis *long-tail* merupakan suatu

bisnis di mana penundaan antara terjadinya klaim dan waktu penyelesainnya lama, mungkin bisa lebih dari satu tahun (Mutaqin, 2009). Data *run-off triangle* memuat gambaran klaim keseluruhan (*aggregate*) dan merupakan ringkasan dari suatu data set klaim-klaim individu (Antonio, Beirlant, Hoedemakers, & Verlaak, 2006). Data yang ada pada *run-off triangle* biasanya merupakan salah satu dari dua kemungkinan berikut, yaitu *claims amount* (besarnya klaim) atau *number of claims* (banyaknya claim), di mana keduanya tersaji dalam bentuk kumulatif atau inkremental.

Misalnya $C_{i,j}$ menyatakan peubah acak besarnya klaim dalam bentuk inkremental untuk klaim-klaim yang terjadi pada tahun i dan pembayarannya ditunda j tahun, dengan $1 \leq j \leq n$ (n merupakan periode waktu penundaan), dan $1 \leq i \leq n$ (i merupakan periode waktu kejadian). Misalkan pula menyatakan perubah acak besarnya klaim dalam bentuk kumulatif yang diperoleh dari besarnya klaim kerugian dalam bentuk inkremental.

Tabel 2. 2 *Run-off Triangle Incremental*

$C_{i,j}$	Periode penundaan (j tahun)						
Periode kejadian	1	2	....	J	....	n-1	n
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	....	$C_{1,j}$	....	$C_{1,n-1}$	$C_{1,n}$
2	$C_{1,1}$	$C_{2,2}$	....	$C_{2,j}$	....	$C_{2,n-1}$	
....	....	....	....	....	....		
i	$C_{i,1}$	$C_{i,2}$	....	$C_{i,j}$			
....			....				
n-1	$C_{1,1}$	$C_{2,2}$					
N	$C_{1,1}$						

Berdasarkan **Tabel 2.2**, $C_{1,2}$ adalah peubah acak yang menyatakan besar klaim yang terjadi pada tahun pertama dan dibayarkan pada periode penundaan ke-2 yaitu satu tahun setelah klaim terjadi. *Run-off triangle* data dalam bentuk *cumulative*, dapat dibentuk berdasarkan *incremental* melalui hubungan berikut:

$$D_{i,j} = \sum_{k=1}^{j} C_{i,k}; \textit{untuk } 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n \qquad (2.\ 1)$$

Dimana $D_{i,j}$ adalah besar klaim kumulatif untuk klaim terjadi pada periode kejadian i dan dibayarkan sampai dengan periode penundaan kejadian j (Friedland, 2010).

2.2. 6 Distribusi Keluarga Eksponensial

Menurut Casella dan Berger (2002) meyatakan bahwa keluarga densitas disebut keluarga eksponensial *k* parameter bila densitas tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$f_x(x|\theta) = h(x)c(\theta)exp\left[\sum_{i=1}^{k} w_i(\theta).t_i(x)\right] \qquad (2.\ 2)$$

Dengan $h(x) \geq 0$ dan $t_i(x), \dots, t_k(x)$ adalah nilai *real* fungsi dari observasi *x* (nilai yang tidak tergantung terhadap θ) dan $w_i(\theta), \dots, w_k(\theta)$ adalah nilai *real* fungsi dari nilai vektor yang mungkin dari parameter θ (tidak tergantung terhadap *x* atau independen terhadap θ). Berikut ini adalah beberapa distribusi yang termasuk distribusi keluarga eksponensial:

Tabel 2. 3 Distribusi keluarga eksponensial.

Distribusi	$h(x)$	$c(\theta)$	$t_i(x)$	$w_i(\theta)$
Normal (μ, σ^2)	1	$\frac{1}{\theta\sqrt{2\pi}}$	$x^2, x, 1$	$-\frac{1}{2\theta^2}, \frac{\mu}{\theta^2}, -\frac{\mu^2}{2\theta^2}$
Poisson (λ)	$\frac{1}{x!}$	$e^{-\theta}$	x	$\log(\theta)$
Gamma (α, β)	$\frac{x^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}$	$\frac{1}{\theta^\alpha}$	x	$-\frac{1}{\theta}$
Binomial (n, θ)	$\binom{n}{x}$	$(1-\theta)^n$	x	$\frac{\theta}{1-\theta}$

2.2. 7 *Maximum Likelihood Estimation* (MLE)

Maximum Likelihood Estimation merupakan metode yang digunakan untuk menduga suatu sebaran dengan memilih parameter duga dengan memaksimumkan fungsi kemungkinan. Misalkan *X* adalah peubah acak diskrit atau kontinu dengan fungsi kepekatan peluang $f(x;\theta)$, dengan θ adalah satu sampel yang tidak diketahui. Misalkan $x_1, x_2, \dots, x_n$ merupakan sampel acak berukuran n, maka fungsi kemungkinan maksimum *(likelihood function)* dari sampel acak tersebut adalah:

$$L(\theta; x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i; \theta) \quad (2.3)$$

Jika terdapat suatu fungsi tunggal dari $x_1, x_2, \dots, x_n$ disebut $u(x_1, x_2, \dots, x_n)$, yang memaksimumkan fungsi *likelihood* $L(\theta)$, maka $u(x_1, x_2, \dots, x_n) = \hat{\theta}$ disebut estimasi maksimum *likelihood* untuk θ (Herrhyanto & Gantini, 2009).

2.2. 8 Metode *Chain Ladder*

Tahap awal dalam metode *Chain Ladder* adalah membentuk *run-off triangle* kumulatif. Misalkan $D_{i,j}$ adalah besar klaim kumulatif yang terjadi pada periode kejadian klaim ke-*i* dan dibayarkan pada periode penundaan ke-*j* dengan $i, j \in \{1,2, \dots, n\}$. Selanjutnya, estimasi cadangan klaim yang akan datang pada bagian *run-off triangle* didefinisikan faktor penundaan menggunakan persamaan berikut.

$$\hat{\lambda}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} D_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} D_{i,j}} \text{ untuk } 1 \le j \le n-1 \quad (2.4)$$

Selanjutnya, faktor perkembang tersebut digunakan untuk menaksir total klaim pada *run-off triangle* kumulatif bagian bawah sampai periode perkembangan ke-*j*. Perhitungan estimasi tersebut dijelaskan bersarkan persamaan berikut.

$$\widehat{D}_{i,j} = \widehat{D}_{i,j-1}\hat{\lambda}_{j-1} \quad (2.5)$$

Setelah mendapatkan total klaim sampai periode perkembangan ke-*j*, digunakan untuk mengestimasi cadangan klaim untuk periode kejadian ke-*i*, untuk $2 \le i \le n$. Estimasi cadangan klaim tersebut dapat dihitung dengan persamaan berikut.

$$\hat{R}_i = \widehat{D}_{i,j} - \widehat{D}_{i,n-i+1} \quad (2.6)$$

Dimana $\hat{R}_i$ adalah penaksir tak bias untuk R_i. Selanjutnya, estimasi total cadangan klaim dapat dihitung berdasarkan persamaan berikut.

$$\hat{R} = \sum_{i=2}^{n} \hat{R}_i \quad (2.7)$$

(England & Verrall, 2002)

Model *Chain Ladder* terbagi menjadi dua bagian yakni *Chain Ladder* Rekursif dan juga Non-Rekursif (England & Verrall, 2002). Dalam Tugas Akhir ini, model *Chain Ladder* Non-Rekursif digunakan sebagai acuan dalam analisis

estimasi cadangan klaim menggunakan *Generalized Linear Model* (GLM). Model *Chain Ladder* Non-Rekursif ini memiliki dua asumsi, yaitu:

1. Nilai $C_{i,j}$ saling bebas untuk setiap i dan j.
2. Untuk setiap $i = 1,2,\ldots,n$ dan $j = 1,2,\ldots,n$ berlaku:
   a. $C_{i,j}$ ~ *Over-Dispersed Poisson* $(m_{i,j}, \phi)$
   b. $E[C_{i,j}] = m_{i,j} = e^{c+\alpha_i+\beta_j}$

Model tersebut mengacu pada asumsi bahwa *mean* merupakan eksponensial dari penjumlahan konstanta (c), dan parameter dari setiap tahun kejadian (α_i) dan setiap tahun perkembangan (β_j) pada *run-off triangle*. Model ini dikatakan non-rekursif karena diasumsikan antara $C_{i,j}$ dan nilai sebelumnya tidak mempengaruhi satu sama lain. Oleh karena itu, diasumsikan berdistribusi *Over-Dispersed Poisson* (ODP) (Verrall, 2000).

2.2. 9 *Generalized Linear Model* (GLM)

Dalam pemodelan regresi terdapat dua jenis variabel, yaitu variabel respon dan prediktor. Variabel respon merupakan variabel terikat yang menjadi objek penjelasan suatu model. Sedangkan prediktor merupakan variabel tak terikat yang menjelaskan suatu model. Variabel respon dan prediktor dapat berupa variabel kontinu atau kategorikal. Analisis regresi linier adalah salah satu analisis yang mengukur hubungan antara variabel prediktor dengan variabel responnya.

Asumsi yang harus dipenuhi dalam regresi linier adalah *error* berdistribusi normal dan memiliki variansi yang konstan (homoskedastik). Namun, pada kenyataannya, asumsi tersebut seringkali tidak terpenuhi, misalnya *error* tidak berdistribusi normal dan variansinya tidak konstan (heteroskedastik). Sehingga, untuk menyempurnakan model tersebut, Nelder dan Wedderburn pada tahun 1972 menciptakan suatu model bernama *Generalized Linear Model* (GLM), dimana asumsi tersebut dapat digunakan kepada variabel respon tidak hanya berdistribusi normal saja akan tetapi seluruh distribusi yang termasuk kedalam distribusi keluarga eksponensial.

GLM digunakan untuk menaksir dan mengukur hubungan antara variabel respon dan prediktor. Pemodelan menggunakan GLM berbeda dari pemodelan regresi linier biasa. Berikut ini adalah dua hal yang membedakan pemodelan menggunakan GLM dengan pemodelan regresi linier biasa:

a. Distribusi variabel respon dipilih dari distribusi keluarga eksponensial
b. Transfromasi *mean* dari variabel respon berhubungan linier dengan kovariat.

Pemilihan distribusi variabel respon yang termasuk dalam distribusi keluarga eksponensial akan berpengaruh pada sifat variabel respon yang menjadi heterokedastik, yakni variansinya akan bervariansi terhadap *mean* bergantung pada kovariat kovariatnya. Ini berbeda dengan asumsi homokedastik dari regresi linier pada umumnya, yang menyatakan bahwa variansinya akan konstan (McCullaugh & Nelder, 1989).

2.2. 10 Distribusi *Tweedie*

Distribusi *Tweedie* merupakan salah satu anggota distribusi keluarga eksponensial yang memiliki fungsi varian sebanding dengan μ^p, dengan *p* menjadi paremeter tambahan. (Anderson, et al., 2007). Berikut merupakan distribusi yang merupakan anggota dari distribusi *Tweedie*.

Tabel 2. 4 Anggota Distribusi *Tweedie*

Distribusi	Nilai *p*
Normal	0
Over-dispersed Poisson	1
Gamma	2
Inverse Gaussian	3

Secara umum, distribusi *Tweedie* memiliki fungsi kepadatan peluang sebagai berikut:

$$f(x) = c(x,\theta)exp\left\{x\frac{\mu^{1-p}}{1-p} + \frac{\mu^{2-p}}{2-p}\right\} \qquad (2.8)$$

(Taylor & McGuire, 2016)

Dari persamaan (2.10) diperoleh persamaan distribusi *Over-dispersed Poisson* sebagai berikut:

$$f_X(x|\theta) = c(x,\theta)\exp(\mu) \qquad (2.9)$$

dengan parameter $t(x) = \mu$, $w(\theta) = \mu$, $h(x) = c(x,\theta)$, dan $c(\theta) = c(x,\theta)$.

2.2. 11 Model *Over-Dispersed Poisson* (ODP)

Model *Over-Dispersed Poisson* merupakan perluasan dari *Generalized Linear Model* (GLM) dengan karakteristik nilai variansi yang lebih besar dari nilai *mean*. Distribusi ODP dikategorikan sebagai model *Chain Ladder* Non-Rekursif. Asumsi dari model non-rekursif tersebut adalah nilai $C_{i,j}$ saling bebas untuk setiap i dan j. Distribusi ODP merupakan salah satu anggota dari distribusi *tweedie* dan distribusi *tweedie* merupakan salah satu anggota keluarga eksponensial. Artinya, distribusi ODP dapat dimodelkan kedalam bentuk *Generalized Linear Model* (GLM).

Misalkan $C_{i,j}$ merupakan besar klaim *incremental* berdistribusi ODP dengan parameter $m_{i,j}$, maka total klaim yang dibayarkan oleh perusahaan asuransi adalah:

$$T = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n-i+1} C_{i,j} \tag{2.10}$$

Dimana $C_{i,j}$ adalah variabel random independen. Dengan menggunakan ekspektasi kondisional dan varian, didapatkan nilai ekspektasi dan variansi dari ODP tersebut sebagai berikut:

$$E[C_{ij}] = m_{ij} = e^{c+\alpha_i+\beta_j} \tag{2.11}$$

$$Var[T] = Var[C_{ij}] = \phi E[C_{ij}] = \phi m_{ij}$$

$$\phi m_{ij} = \phi e^{c+\alpha_i+\beta_j} \tag{2.12}$$

(Hinde & Demetrio, 2007)

Berdasarkan persamaan (2.11) diketahui bahwa $m_{ij} = e^{c+\alpha_i+\beta_j}$. Dimana c merupakan konstanta, α_i merupakan parameter tahun kejadian ke-i, dan β_j merupakan parameter tahun penundaan ke-j. Jika persamaan tersebut dalam bentuk transformasi logaritma natural, maka persamaan tersebut menjadi:

$$ln(m_{ij}) = \eta = c + \alpha_i + \beta_j \quad \text{untuk } 2 \le i \le n, 2 \le j \le n \tag{2.13}$$

dimana $\alpha_1 = 0$ dan $\beta_{1=}0$. Selanjutnya, parameter-parameter yang terdapat dalam fungsi GLM tersebut akan diestimasi menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE). Langkah pertama yang dilakukan adalah menentukan fungsi $log\ likelihood$ dari model. Berikut adalah fungsi $log\ likelihood$ tersebut:

$$lnL(C_{i,j}) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n-i+1} \left\{ \frac{C_{i,j}(c+\alpha_i+\beta_j) - e^{c+\alpha_i+\beta_j}}{\phi} + \ln(C_{i,j}!) \right\} \quad (2.14)$$

Setelah membentuk fungsi $log\ likelihood$, kemudian untuk mendapatkan nilai maksimumnya fungsi $lnL(C_{i,j})$ dideferensialkan terhadap parameter yang akan dicari dan disama dengankan 0.

$$\frac{\partial lnL(C_{i,j})}{\partial c} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n-i+1} \left(\frac{C_{i,j} - e^{c+\alpha_i+\beta_j}}{\phi} \right) = 0 \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial lnL(C_{i,j})}{\partial \alpha_i} = \sum_{j=1}^{n-i+1} \left(\frac{C_{i,j} - e^{c+\alpha_i+\beta_j}}{\phi} \right) = 0 \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial lnL(C_{i,j})}{\partial \beta_j} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{C_{i,j} - e^{c+\alpha_i+\beta_j}}{\phi} \right) = 0 \quad (2.17)$$

sehingga diperoleh persamaan dari setiap parameter sebagai berikut.

$$\hat{c} = ln \left[\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n-i+1} \left(\frac{C_{i,j}}{e^{\alpha_i+\beta_j}} \right) \right] \quad (2.18)$$

$$\widehat{\alpha_i} = ln \left[\sum_{j=1}^{n-i+1} \left(\frac{C_{i,j}}{e^{c+\beta_j}} \right) \right] \quad \text{untuk} \quad 2 \le i \le n \quad (2.19)$$

$$\widehat{\beta_j} = ln \left[\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{C_{i,j}}{e^{c+\alpha_i}} \right) \right] \quad \text{untuk} \quad 2 \le j \le n \quad (2.20)$$

Setelah itu, estimasi parameter c, α_i, dan β_j didapatkan dengan analisis numerik menggunakan *software R 3.3.3*. Selanjutnya, estimasi cadangan klaim dapat diperoleh dengan memasukkan parameter tersebut kedalam persamaan (2.12) dan meng-eksponenkannya, seperti dijelaskan pada persamaan berikut.

$$\hat{C}_{i,j} = \hat{m}_{i,j} = \exp(\hat{\eta}_{i,j}) \quad (2.21)$$

Selanjutnya, langkah untuk menghitung parameter dispersi adalah sebagai berikut. Langkah pertama adalah menghitung residual pearson (r_p) menggunakan rumus sebagai berikut.

$$r_p = \frac{C_{i,j} - \hat{m}_{i,j}}{\sqrt{\hat{m}_{i,j}}} \quad (2.22)$$

Selanjutnya, nilai r_p digunakan untuk menaksir parameter $\hat{\phi}$ menggunakan rumus berikut.

$$\hat{\phi} = \frac{1}{n-p} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n-i+1} \left(\frac{C_{i,j} - \hat{m}_{i,j}}{\sqrt{\hat{m}_{i,j}}} \right)^2 \quad (2.23)$$

dimana n adalah jumlah data dan p adalah jumlah parameter. Salah satu keunggulan metode stokastik pada estimasi cadangan klaim adalah dapat memberikan batas atas dan bawah dari estimasi atau yang disebut dengan *confidence interval*. Rumus dari *confidence interval* total cadangan klaim dengan tingkat signifikansi 5% adalah sebagai berikut.

$$CI = \hat{R} \pm \alpha_{5\%} \times \sqrt{\frac{\hat{R}}{n}} \tag{2.24}$$

(England & Verrall, 2002)

2.2. 12 *Prediction Error*

Cadangan klaim merupakan total pembayaran klaim mendatang yang diperoleh dari prediksi berdasarkan data pembayaran klaim terdahulu. Nilai prediksi yang dihasilkan oleh suatu model tidak selalu tepat, pada prediksi cadangan klaim hal ini disebut kesalahan prediksi cadangan klaim. Kesalahan prediksi cadangan klaim adalah ukuran perbedaan antara prediksi dan pembayaran klaim yang sebenarnya (Panning, 2006). Kesalahan prediksi berhubungan dengan keakuratan model. Tedeeshi (David, Asiribo, & Dikko, 2013) menyebutkan bahwa akar rata-rata kuadrat dari kesalahan prediksi/*prediction error* paling banyak digunakan dan dapat melakukan estimasi dengan tepat untuk mengukur kesalahan prediksi dari suatu model. *Mean Square Error of Prediction* (MSEP) untuk estimasi cadangan klaim $\hat{C}_{i,j}$ diaproksimasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E\left[(C_{i,j} - \hat{C}_{i,j})^2\right] &= (E\left[C_{i,j}\right] - E\left[\hat{C}_{i,j}\right])^2 + Var\left[C_{i,j} - \hat{C}_{i,j}\right] \\ &= Var\left[C_{i,j}\right] + Var[\,\hat{C}_{i,j}] \end{aligned} \tag{2.25}$$

dengan $Var\left[C_{i,j}\right]$ disebut *process variance* dan $Var[\,\hat{C}_{i,j}]$ adalah *estimation variance*. Selanjutnya, diperoleh nilai estimasi $C_{i,j}$ bersifat *unbiased*, maka $E\left[\hat{C}_{i,j}\right] = C_{i,j}$ sehingga $(E\left[C_{i,j}\right] - E\left[\hat{C}_{i,j}\right])^2$bernilai 0. Dari persamaan (2.27) akan diperoleh persamaan *prediction error* sebagai berikut:

$$Prediction\ Error = \sqrt{Var\left[C_{i,j}\right] + Var[\,\hat{C}_{i,j}]} \tag{2.26}$$

BAB III
PEMBAHASAN

3. 1. Studi Kasus

Incurred but not reported (IBNR) adalah jenis klaim pada asuransi non-jiwa yang sudah terjadi namun belum dilaporkan kepada perusahaan asuransi, hal ini dapat disebabkan karena waktu yang dibutuhkan dalam menjalankan prosedur-prosedur dalam melengkapi berkas pengajuan klaim seperti prosedur hukum dan beberapa prosedur administratif lainnya. Penting menghitung cadangan klaim IBNR disebabkan perbedaan jumlah pemasukan premi setiap tahun kejadian dengan jumlah klaim yang masuk ke perusahaan asuransi. Data klaim IBNR merupakan salah satu data yang sulit diperoleh secara umum (Amalia, 2014). Oleh sebab itu, studi kasus pada penelitian ini adalah menggunakan data sekunder.

Data yang digunakan merupakan besar klaim polis asuransi dari perusahaan asuransi umum di Amerika Serikat yang diterbitkan oleh *National Association of Insurance Commissioners (NAIC)* dengan judul "*Statistical Compilation of Annual Statement Information for Property/Casualty Insurance Companies in 2014*". Dalam laporan tersebut terdapat data *Workers Compensation*, yaitu bentuk asuransi yang memberikan penggantian upah dan tunjangan kesehatan kepada karyawan yang cedera dalam proses pekerjaan atau hak karyawan untuk menuntut perusahaan tempat mereka bekerja karena kelalaian.

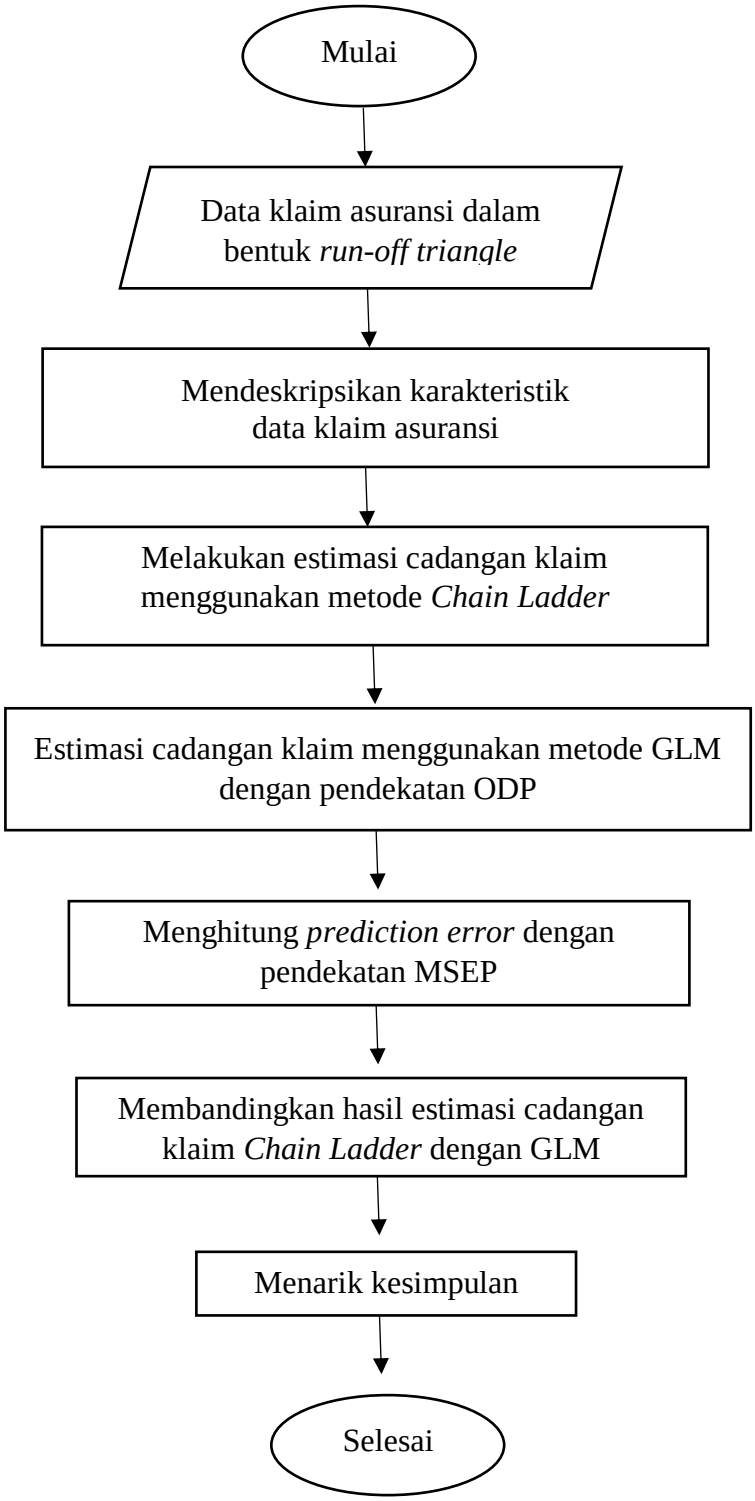
Data yang akan digunakan adalah data *Workers Compensation* pada tahun 2005 sampai 2014. Data tersebut berisi besar klaim yang telah dibayarkan oleh perusahaan asuransi dari tahun 2005 sampai 2014. Data pada **Lampiran 1** disajikan dalam bentuk *run-off triangle* yang berupa *cumulative claims*. Banyaknya baris atau tahun kejadian *i* dan kolom atau tahun penundaan adalah 1 sampai 10, dimana tahun 2005 dinyatakan sebagai tahun kejadian ke-1 dan 2014 dinyatakan sebagai tahun kejadian ke-10. Variabel yang digunakan seperti pada **Tabel 3.1.**

Tabel 3. 1 Penjelasan Variabel**.**

No	Variabel	Simbol	Skala	Definisi
1	Besar Klaim Inkremental	$C_{i,j}$	Rasio	Besar klaim kumulatif dari periode kejadian ke-*i* dan periode penundaan ke-*j*
2	Tahun Kejadian	X_1	Rasio	Tahun terjadinya klaim
3	Tahun Penundaan	X_2	Rasio	Selang waktu penundaan antara terjadinya klaim dengan pembayaran klaim kepada tertanggung

3. 2. Metodologi Penelitian

Karakteristik data akan ditampilkan terlebih dahulu untuk melihat keadaan data yang digunakan dalam bentuk *plot*. Sebelum memulai perhitungan, bentuk data dalam *run-off triangle*. Kemudian penerapan metode *Chain Ladder* dan *Generalized Linear Model* (GLM) dan dilanjutkan dengan mencari *prediction error* serta *confidence interval* pada model GLM. Tahapan penilitian dapat digambarkan secara umum dalam bentuk diagram alir pada **Gambar 3.1**.



Gambar 3. 1 Tahapan penelitian.

3. 3. Hasil Analisis

3.3. 1 Tahapan Perhitungan Metode *Chain Ladder*

***Input*:**

data.inc : Data klaim inkremental berbentuk *run-off triangle*

data : Data klaim kumulatif berbentuk *run-off triangle*

data.ksg : Data klaim kumulatif berbentuk *run-off triangle* dengan bagian bawah bernilai 0

Output: Total estimasi cadangan klaim

Metode:

Langkah 1 : Menampilkan plot pada data inkremental dan kumulatif

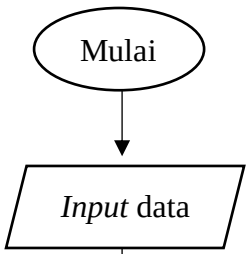
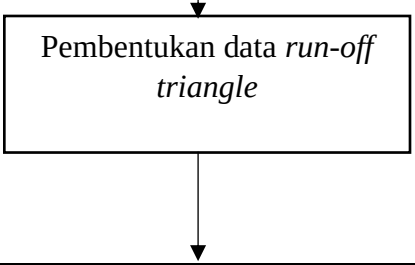
Langkah 2: Menghitung parameter faktor penundaan untuk setiap sel sampai periode penundaan pada *run-off triangle*.

Langkah 3 : Menghitung estimasi klaim yang akan datang pada periode kejadian ke-i untuk $2 \leq i \leq n$ menggunakan parameter faktor penundaan

Langkah 4: Menghitung estimasi total cadangan klaim dengan menjumlahkan seluruh estimasi total klaim pada setiap tahun kejadian.

Tahapan perhitungan dan komputasi (menggunakan *software R*) algoritma *Chain Ladder* pada **Tabel 3.2.**

Tabel 3. 2 Perhitungan *Chain Ladder* Menggunakan Program *R*

Alur Metode *Chain Ladder*	Program *R* Metode *Chain Ladder*
	```##memuat package yang diperlukan## library(ChainLadder) ##memuat data yang digunakan## x.inc=read.delim("clipboard") x.cul=read.delim("clipboard") x.ksg=read.delim("clipboard")```
	```#data run-off triangle inkremental# data.inc=as.triangle(x.inc) data.inc #data run-off triangle Kumulatif# data=as.triangle(x.cul) data```

Alur Metode *Chain Ladder*	Program *R* Metode *Chain Ladder*

Pembentukan plot data inkremental dan data kumulatif	`#plot data inkremental`
	`plot(data.inc)`
	`plot(data.inc,lattice=TRUE)`
	`#plot data kumulatif`
	`plot(data)`
	`plot(data,lattice=TRUE)`

Mencari faktor tahun penundaan	`##faktor tahun penundaan`
	`n=10`
	`f=sapply(1:(n-1), #fungsi sapply untuk mengkuadratkan`
	`function(i)`
	`{sum(data[c(1:(n-i)),i+1])/sum(data[c(1:(n-i)),i])`
	`}`
	`)`
	`F`

Mencari nilai *run-off triangle* bagian bawah	`#function mengisi run off triangle bagian bawah Chain Ladder#`
	`full.CL = data.ksg`
	`for(k in 1:(n-1)){`
	`  full.CL[(n-k+1):n, k+1] = full.CL[(n-k+1):n,k]*f[k]}`
	`full.CL`
	`CL= full.CL`
	`for(i in 1:nrow(full.CL)){`
	`  for(j in 2:n){`
	`  CL[i,j] = full.CL[i,j]-full.CL[i,j-1]`
	`}}`
	`CL`

Menjumlahkan seluruh estimasi total klaim pada setiap tahun kejadian	`#total cadangan klaim CL`
	`jumlah=function(matriks)`
	`{`
	`n=ncol(matriks)`
	`hasil.jumlah=NULL`
	`for (i in 2:n)`
	`{`
	`hasil.jumlah[i-1]=sum(matriks[i,-(1:(n-i+1))])`
	`}`
	`hasil.jumlah`
	`}`

Selesai	`jumlah(CL)` `sum(jumlah(CL))`

3.3. 2. Algoritma Perhitungan dan Komputasi Metode GLM

***Input*:**

data.inc : Data klaim inkremental berbentuk *run-off triangle*

data : Data klaim kumulatif berbentuk *run-off triangle*

data.ksg : Data klaim kumulatif berbentuk *run-off triangle* dengan bagian bawah bernilai 0

Output: Total estimasi cadangan klaim

Metode:

Langkah 1 : Menghitung estimasi parameter $c, \alpha_i,$ dan β_j dari distribusi ODP dengan menggunakan metode *maximum likelihood estimation*.

Langkah 2 : Menghitung estimasi cadangan klaim yang akan datang pada periode kejadian ke-i untuk $2 \leq i \leq n$ menggunakan parameter-parameter yang sudah diperoleh.

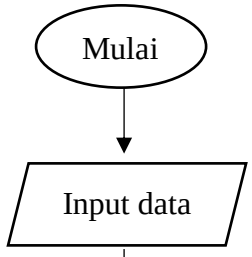
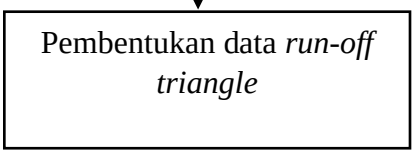
Langkah 3 : Menghitung estimasi total cadangan klaim dengan menjumlahkan seluruh estimasi total klaim pada setiap periode kejadian.

Langkah 4: Menghitung *prediction error* dari estimasi total cadangan klaim.

Langkah 5: Menghitung *confidence interval* untuk total cadangan klaim.

Tahapan perhitungan dan komputasi (menggunakan *software R*) algoritma *Generalized Linear Model* (GLM) pada **Tabel 3.3.**

Tabel 3. 3 Perhitungan GLM Menggunakan Program *R*

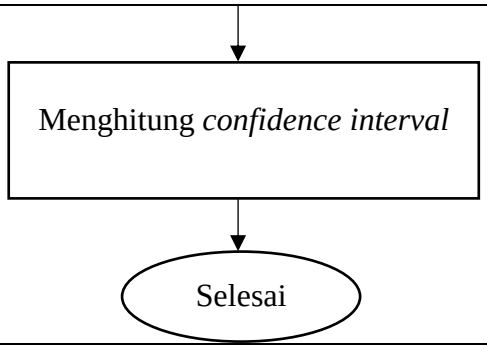
Alur Metode GLM	Program *R* Metode GLM
	```##memuat package yang diperlukan## library(ChainLadder) ##memuat data yang digunakan## x=read.delim("clipboard") x.ksg=read.delim("clipboard")```
	```#data run-off triangle# data=as.triangle(x) #data run-off triangle Bagian bawah bernilai 0# data.ksg=as.triangle(x.ksg) data.ksg```

Alur Metode GLM	Program *R* Metode GLM

Mencari parameter c, α_i, β_j, dan *standard error* pada model	`#mencari parameter dan standard error#`
	`fit1=glmReserve(data)`
	`fit1`
	`summary(fit1,type="model")`

Mencari nilai *run-off triangle* bagian bawah	`#function mengisi run off triangle dengan parameter#`
	`alpha=c(-0.01682,-0.05579,-0.13988,-0.22394,-0.19803,-0.18771,-0.20325,`
	`-0.19657,-0.20883)`
	
	`beta=c(-1.00226,-1.56822,-2.05141,-2.4279,-2.71177,-2.9834,-3.20382,`
	`-3.40419,-3.53463)`
	`trg=function(x,alpha,beta)`
	`{`
	`n=ncol(data.ksg)`
	`for (i in n:2)`
	`{`
	`for (j in 2:n)`
	`{`
	`if(x[j,i]==0) {x[j,i]=exp(13.8072+alpha[j-1]+beta[i-1])} else`
	`{x[j,i]=x[j,i]}`
	`}`
	`}`
	`x`
	`}`
	`hasil=trg(data.ksg,alpha, beta)`
	`hasil`

Menjumlahkan seluruh estimasi total klaim pada setiap tahun kejadian	`#total cadangan klaim GLM`
	`jumlah=function(matriks)`
	`{`
	`n=ncol(matriks)`
	`hasil.jumlah=NULL`
	`for (i in 2:n)`
	`{`
	`hasil.jumlah[i-1]=sum(matriks[i,-(1:(n-i+1))])`
	`}`
	`hasil.jumlah`
	`}`
	
	`jumlah(hasil)`
	`sum(jumlah(hasil))`

Alur Metode GLM	Program *R* Metode GLM
	

3.3. 3. Karakteristik Data

Polis asuransi yang digunakan pada penelitian ini merupakan data asuransi kompensasi pekerja pada perusahaan. Data yang diperoleh peneliti berbentuk *run-off triangle incremental* sepeti pada **Tabel 3.2.**

Tabel 3. 4 *Run-off Triangle Incremental (USD)*

Tahun Kejadian	Tahun Penundaan				
	1	2	3	4	5
2005	1007470	348795	217989	120703	83519
2006	1007650	378786	181432	112807	79983
2007	974765	326088	189690	115742	72489
2008	860413	318115	175293	104534	80525
2009	777474	286199	162397	110571	78897
2010	804332	291230	172935	110945	78639
2011	798065	302951	178540	121137	
2012	795645	297787	181619		
2013	793632	320168			
2014	804817				

Tabel 3. 5 Lanjutan *Run-off Triangle Incremental* (USD)

Tahun Kejadian	Tahun Penundaan				
	6	7	8	9	10
2005	66131	47408	41243	33450	28928
2006	54506	48358	38471	31918	
2007	62179	49621	38241		
2008	62127	45304			
2009	57917				
2010					
2011					
2012					
2013					
2014					

Pada **Tabel 3.2** dan **Tabel 3.3** menunjukkan bahwa jumlah tahun penundaan adalah selama sepuluh tahun. Artinya, klaim-klaim yang terjadi pada tahun 2005 tidak hanya diselesaikan pada tahun kejadian. Akan tetapi, sebagian klaim diselesaikan pada tahun kedua hingga tahun ke sepuluh. Besar klaim USD 326,088 yang berwarna kuning dapat diinterpretasikan sebagai total klaim yang terjadi pada tahun 2007 dan penyelesaiannya memerlukan waktu 1 tahun (tahun 2008). Jika diperhatikan, informasi pada data klaim tersebut terbatas hanya sampai pada tahun 2014 yang merupakan periode terakhir dalam 10 periode. Selanjutnya, data *incremental claims* yang terdapat pada **Tabel 3.2** dan **Tabel 3.3** dapat dikoversikan menjadi bentuk *cumulative claims,* dengan persamaan (2.1). Hasil konversi *icremental claims* dari **Tabel 3.2** dan **Tabel 3.3** menjadi bentuk *cumulative claim* disajikan pada **Tabel 3.4** dan **Tabel 3.5.**

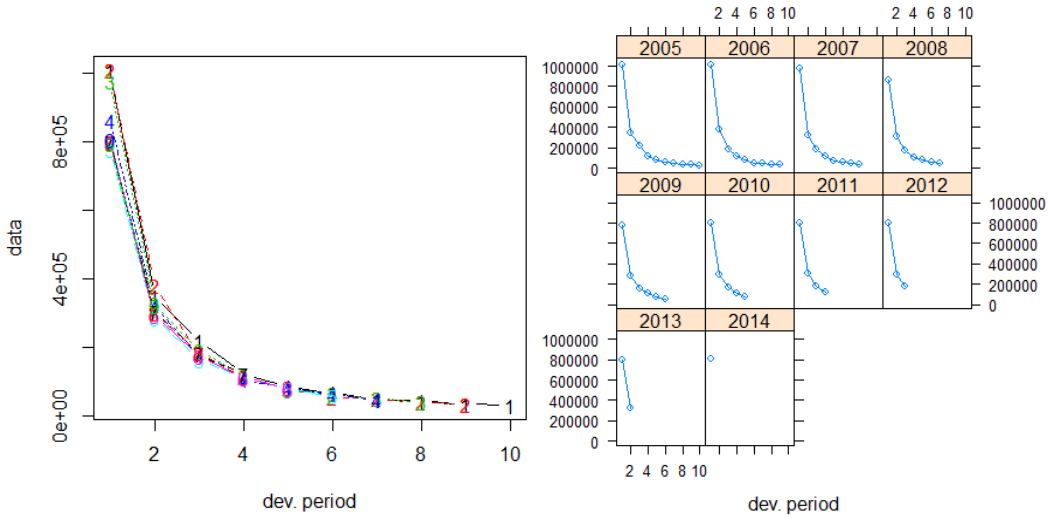
Tabel 3. 6 *Run-off Triangle Cumulative(USD)*

Tahun Kejadian	Tahun Penundaan				
	1	2	3	4	5
2005	1007470	1356265	1574254	1694957	1778476
2006	1007650	1386436	1567868	1680675	1760658
2007	974765	1300853	1490543	1606285	1678774
2008	860413	1178528	1353821	1458355	1538880
2009	777474	1063673	1226070	1336641	1415538
2010	804332	1095562	1268497	1379442	1458081
2011	798065	1101016	1279556	1400693	
2012	795645	1093432	1275051		
2013	793632	1113800			
2014	804817				

Tabel 3. 7 Lanjutan *Run-off Triangle Cumulative* (USD)

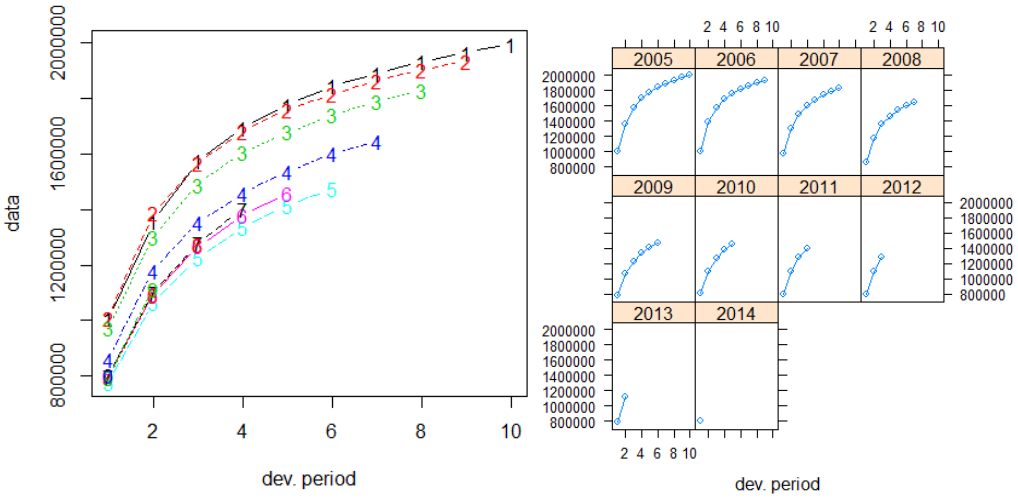
Tahun Kejadian	Tahun Penundaan				
	6	7	8	9	10
2005	1844607	1892015	1933258	1966708	1995636
2006	1815164	1863522	1901993	1933911	
2007	1740953	1790574	1828815		
2008	1601007	1646311			
2009	1473455				
2010					
2011					
2012					
2013					
2014					

Selanjutnya akan disajikan visualisasi dari besar klaim-klaim yang telah dibayarkan tersebut dalam bentuk *incremental* dan *cumulative* menggunakan program *R* seperti pada **Gambar 3.2** dan **Gambar 3.3**.



Gambar 3. 2 Visualisasi data *incremental claims*.

Berdasarkan **Gambar 3.2** bagian kiri merupakan besar klaim-klaim yang diselesaikan. Terlihat bahwa pembayaran terbanyak diselesaikan pada tahun pertama kejadian. Besar inkremental klaim setiap tahun kejadinya memiliki *trend* menurun. Hal ini memang wajar terjadi pada kenyataan di perusahaan asuransi bahwa perusahaan cenderung akan membayar klaim-klaim pemegang polis pada saat tahun pertama kejadian. Setelah tahun pertama kejadian, besar klaim pada setiap tahun kejadian akan menurun drastis dikarenakan sudah dibayarkan pada tahun pertama, hanya menyisakan klaim-klaim yang pembayarannya tertunda lama. Umumnya, klaim-klaim yang tertunda bertahun-tahun terjadi karena pengajuan klaim dari pemegang polis ditolak oleh perusahaan asuransi yang disebabkan oleh kurang lengkapnya data pendukung klaim. Selain itu, ada beberapa kasus klaim yang ditolak oleh perusahaan asuransi akan dibawa ke pengadilan tinggi oleh pemegang polis sehingga proses pada pengadilan tinggi inilah yang menyebabkan pembayaran klaim tertunda. Pada **Gambar 3.2** bagian kanan merupakan besar klaim-klaim yang diselesaikan setiap tahun kejadian yaitu tahun 2005 hingga 2014. Terlihat bahwa besar klaim dari setiap tahun pembayaran terbanyak diselesaikan pada tahun pertama. Kedua grafik memberikan kesimpulan yang sama, hanya saja pada grafik bagian kanan divisualisasikan setiap tahun.



Gambar 3. 3 Visualisasi data *cumulative claims.*

Pada **Gambar 3.3** ditampilkan visualisasi besar *cumulative claims* yang dibayarkan. Grafik bagian kiri terlihat bahwa besar klaim terbesar yang telah dibayarkan oleh perusahaan asuransi adalah klaim-klaim yang terjadi pada tahun 2005 (ditandai dengan garis bernomor satu). Garis bernomor satu cenderung berada di posisi paling atas dibanding lainnya namun pada tahun penundaan kedua, klaim terbanyak dibayarkan oleh klaim-klaim yang terjadi pada tahun 2006. Sedangkan besar klaim terkecil yang dibayarkan perusahaan berada pada tahun 2014 (ditandai dengan garis bernomor sepuluh). Pada grafik bagian kanan merupakan besar *cumulative claims* yang disajikan setiap tahun kejadian.

3.3. 4. Estimasi Cadangan Klaim Menggunakan Metode *Chain Ladder*

Prediksi cadangan klaim menggunakan metode *Chain-Ladder* merupakan perhitungan prediksi cadangan klaim secara deterministik berdasarkan rasio pembayaran klaim $C_{i,j}$. Data yang digunakan untuk analisis ini adalah tabel *run-off triangle* dengan nilai *cumulative claim amounts*, yaitu $\{C_{i,j}: i = 1,2, \dots, 10\,; j = 1,2, \dots, 11 - i\}$. Sehingga, akan dicari estimasi nilai $\{C_{i,10}: i = 1,2, \dots, 10\}$. Perhitungan prediksi cadangan klaim menggunakan metode *Chain Ladder* dapat dilakukan secara manual dengan *Microsoft Excel* atau dengan bantuan program *R*.

Berikut ini merupakan tahapan dari metode *Chain Ladder*:

1. Estimasi Faktor Tahun Penundaan ($\hat{\lambda}_j$)

   Langkah pertama adalah mengestimasi faktor tahun penundaan menggunakan persamaan (2.6) dapat dihitung faktor penundaan untuk tiap periode penundaannya. Berikut ini merupakan contoh perhitungan faktor penundaan:

$$\hat{\lambda}_1 = \frac{1{,}356{,}265 + 1{,}386{,}436 + 1300853 + \cdots + 1{,}113{,}800}{1{,}007{,}470 + 1{,}007{,}650 + 974{,}765 + \cdots + 793{,}632} = 1.367$$

$$\hat{\lambda}_2 = \frac{1{,}574{,}254 + 1{,}567{,}868 + 1{,}490{,}543 + \cdots + 1{,}275{,}051}{1{,}356{,}265 + 1{,}386{,}436 + 1{,}300{,}853 + \cdots + 1{,}093{,}432} = 1.152$$

   $\hat{\lambda}_1$ merupakan faktor penundaan untuk klaim-klaim yang terjadi pada tahun ke-1 dan dibayarkan pada tahun penundaan ke-2 dengan nilai faktor penundaan sebesar 1.367. Sedangkan $\hat{\lambda}_2$ merupakan faktor penundaan untuk klaim-klaim yang terjadi pada tahun ke-2 dan dibayarkan pada tahun penundaan ke-3 dengan faktor penundaan sebesar 1.152. Perhitungan lengkap dapat dilihat pada **Lampiran 2**. Berdasarkan perhitungan diatas diperoleh **Tabel 3.8** untuk faktor penundaan sebagai berikut.

Tabel 3. 8 Hasil perhitungan faktor tahun penundaan.

$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	$\hat{\lambda}_3$	$\hat{\lambda}_4$	$\hat{\lambda}_5$	$\hat{\lambda}_6$	$\hat{\lambda}_7$	$\hat{\lambda}_8$	$\hat{\lambda}_9$
1.367	1.152	1.082	1.052	1.037	1.027	1.021	1.017	1.015

2. Estimasi Cadangan Klaim Kumulatif ($\widehat{D}_{i,j}$)

   Setelah faktor penundaan diperoleh, hasil tersebut digunakan untuk menaksir total klaim pada *run-off triangle* kumulatif bagian bawah sampai periode penundaan ke-*j*. Perhitungan estimasi tersebut menggunakan persamaan (2.5) dengan perhitungan sebagai berikut.

$$\widehat{D}_{2014,2} = 804{,}817 \times 1.367 = 1{,}100{,}224$$

$$\widehat{D}_{2013,3} = 1{,}113{,}800 \times 1.152 = 1{,}283{,}607$$

$$\widehat{D}_{2014,3} = 1{,}100{,}224 \times 1.152 = 1{,}267{,}961$$

Perhitungan lengkap dapat dilihat pada **Lampiran 3**. Hasil estimasi keseluruhan dapat dilihat pada **Tabel 3.9** dan **Tabel 3.10** Kolom hasil perhitungan ditandai dengan warna kuning.

Tabel 3. 9 Hasil estimasi jumlah klaim menggunakan *Chain Ladder (USD)*

Tahun Kejadian	Tahun Penundaan				
	1	2	3	4	5
2005	1007470	1356265	1574254	1694957	1778476
2006	1007650	1386436	1567868	1680675	1760658
2007	974765	1300853	1490543	1606285	1678774
2008	860413	1178528	1353821	1458355	1538880
2009	777474	1063673	1226070	1336641	1415538
2010	804332	1095562	1268497	1379442	1458081
2011	798065	1101016	1279556	1400693	1473211.08
2012	795645	1093432	1275051	1379091.67	1450491.39
2013	793632	1113800	1283606.91	1388345.72	1460224.55
2014	804817	1100224.19	1267961.37	1371423.55	1442426.26

Tabel 3. 10 Lanjutan estimasi jumlah klaim metode *Chain Ladder* (USD)

Tahun Kejadian	Tahun Penundaan				
	6	7	8	9	10
2005	1844607	1892015	1933258	1966708	1995636
2006	1815164	1863522	1901993	1933911	1962356.59
2007	1740953	1790574	1828815	1859985.31	1887343.55
2008	1601007	1646311	1681324.83	1709981.33	1735133.17
2009	1473455	1513584.31	1545775.30	1572121.49	1595245.58
2010	1512116.34	1553298.58	1586334.22	1613371.70	1637102.53
2011	1527807.13	1569416.71	1602795.15	1630113.19	1654090.27
2012	1504245.47	1545213.35	1578077.03	1604973.77	1628581.08
2013	1514339.33	1555582.11	1588666.32	1615743.54	1639509.26
2014	1495881.45	1536621.54	1569302.49	1596049.67	1619525.72

3. Estimasi Cadangan Klaim Per Periode Kejadian

Setelah diperoleh jumlah klaim pada **Tabel 3.9** dan **Tabel 3.10** dapat diketahui cadangan klaim yang dibutuhkan perusahaan asuransi pada setiap tahun kejadian. Berikut merupakan perhitungan dari cadangan klaim tersebut menggunakan persamaan (2.6).

$$\hat{R}_{2006} = 1{,}962{,}356.59 - 1{,}933{,}911 = 28{,}445.59$$

$$\hat{R}_{2007} = 1{,}887{,}343.55 - 1{,}828{,}815 = 58{,}528.55$$

$$\hat{R}_{2008} = 1{,}735{,}133.17 - 1{,}646{,}311 = 88{,}822.17$$

Untuk perhitungan lengkap dapat dilihat pada **Lampiran 4**. Cadangan klaim yang dikeluarkan oleh perusahaan asuransi setiap tahunnya seperti pada **Tabel 3.11.**

Tabel 3. 11 Cadangan Klaim per Tahun

Tahun Kejadian	Cadangan Klaim (USD)
2006	28,445.59
2007	58,528.55
2008	88,822.17
2009	121,790.58
2010	179,021.53
2011	253,397.27
2012	353,530.08
2013	525,709.26
2014	814,708.72

4. Estimasi Total Cadangan Klaim

Cadangan klaim per tahun yang telah diperoleh sebelumnya digunakan untuk menghitung total cadangan klaim menggunakan persamaan (2.7). Total cadangan klaim yang diperoleh adalah sebagai berikut.

$$\hat{R} = 28{,}445.59 + 58{,}528.55 + 88{,}822.17 + 121{,}790.58 + 179{,}021.53 + 253{,}397.27 + 353{,}530.08 + 525{,}709.26 + 814{,}708.72$$

$$\hat{R} = 2{,}423{,}953$$

Total cadangan klaim yang diperoleh sebesar USD 2,423,953. Hal ini dapat diartikan bahwa dengan menggunakan metode *Chain Ladder*, perusahaan asuransi harus menyiapkan dana cadangan klaim sebesar USD 2,423,953 pada tahun 2015.

3.3. 5. Estimasi Cadangan Klaim Menggunakan Pendekatan ODP

Pada Tugas Akhir ini diasumsikan data mengikuti model *Chain Ladder* non-rekursif berdistribusi *Over-Dispersed Poisson* karena nilai variansi lebih besar

dibandingkan nilai *mean*, dengan nilai variansi sebesar 1.29335E+11 dan nilai *mean* sebesar 1413907. Berikut ini merupakan tahapan metode GLM:

1. Estimasi Parameter Pada Model *Over-Dispersed Poisson*

   Langkah pertama dari metode GLM adalah mengestimasi parameter-paramer variabel independen yaitu, varibel tahun kejadian dan tahun penundaan. Dengan menggunakan program *R 3.3.3.* diperoleh hasil estimasi parameter pada **Tabel 3.12.**

Tabel 3. 12 Hasil estimasi parameter

Parameter	Estimasi	T_{hitung}	P-Value
C	13.8072	666.578	2e-16
α_{2006}	-0.01682	-0.614	0.54
α_{2007}	-0.05579	-2.003	0.05
α_{2008}	-0.13988	-4.876	2.19e-05
α_{2009}	-0.22394	-7.558	6.17e-09
α_{2010}	-0.19803	-6.652	9.44e-08
α_{2011}	-0.18771	-6.220	3.54e-07
α_{2012}	-0.20325	-6.533	1.36e-07
α_{2013}	-0.19657	-6.034	6.26e-07
α_{2014}	-0.20883	-5.707	1.71e-06
β_2	-1.00226	-53.670	< 2e-16
β_3	-1.56822	-63.857	< 2e-16
β_4	-2.05141	-63.933	< 2e-16
β_5	-2.4279	-59.495	< 2e-16
β_6	-2.71177	-53.681	< 2e-16
β_7	-2.9834	-47.218	< 2e-16
β_8	-3.20382	-40.079	< 2e-16
β_9	-3.40419	-31.820	< 2e-16
β_{10}	-3.53463	-22.032	< 2e-16

2. Uji Hipotesis Parameter

   Berdasarkan **Tabel 3.12** diperoleh parameter α_i dan β_j, parameter α_i menyatakan estimasi untuk variabel tahun kejadian dan β_j menyatakan

estimasi untuk variabel tahun penundaan. Setelah diperoleh nilai parameter tersebut, dilakukan uji hipotesis untuk mengetahui parameter mana saja yang berpengaruh signifikan terhadap model regresi. Uji hipotesis untuk parameter tahun kejadian adalah sebagai berikut:

i. Hipotesis

$H_0 : \alpha_i = 0$ (Tidak ada pengaruh variabel tahun kejadian ke-*i* terhadap estimasi cadangan klaim)

$H_1 : \alpha_i \neq 0$ (Ada pengaruh variabel tahun kejadian ke-*i* terhadap estimasi cadangan klaim)

ii. Tingkat signifikansi : α = 5%

iii. Daerah kritis

H_0 ditolak jika → *p-value* < α atau $T_{\text{hitung}} > T_{\frac{\alpha}{2}}$

iv. Keputusan

Tabel 3. 13 Hasil keputusan parameter tahun kejadian

Parameter	*P-value*	Tanda	α	Keputusan
$\boldsymbol{\alpha_{2006}}$	0.54	>	0.05	Gagal Tolak H_0
$\boldsymbol{\alpha_{2007}}$	0.05	<	0.05	Tolak H_0
$\boldsymbol{\alpha_{2008}}$	2.19e-05	<	0.05	Tolak H_0
$\boldsymbol{\alpha_{2009}}$	6.17e-09	<	0.05	Tolak H_0
$\boldsymbol{\alpha_{2010}}$	9.44e-08	<	0.05	Tolak H_0
$\boldsymbol{\alpha_{2011}}$	3.54e-07	<	0.05	Tolak H_0
$\boldsymbol{\alpha_{2012}}$	1.36e-07	<	0.05	Tolak H_0
$\boldsymbol{\alpha_{2013}}$	6.26e-07	<	0.05	Tolak H_0
$\boldsymbol{\alpha_{2014}}$	1.71e-06	<	0.05	Tolak H_0

v. Kesimpulan

Dengan menggunakan tingkat signifikansi 5% (α = 0,05), diperoleh hasil bahwa ada pengaruh variabel tahun kejadian ke 2007 sampai 2014 terhadap estimasi cadangan klaim. Sedangkan variabel tahun kejadian ke 2006 tidak berpengaruh terhadap estimasi cadangan klaim.

Selanjutnya, dilakukan uji hipotesis parameter tahun penundaan sebagai berikut:

i. Hipotesis

$H_0 : \alpha_i = 0$ (Tidak ada pengaruh variabel tahun penundaan ke-*j* terhadap estimasi cadangan klaim)

$H_1 : \alpha_i \neq 0$ (Ada pengaruh variabel tahun penundaan ke-*j* terhadap estimasi cadangan klaim)

ii. Tingkat signifikansi : α = 5%

iii. Daerah kritis

H_0 ditolak jika → *p-value* < α atau $T_{\text{hitung}} > T_{\frac{\alpha}{2}}$

iv. Keputusan

Tabel 3. 14 Hasil keputusan parameter tahun penundaan

Parameter	*P-value*	Tanda	α	Keputusan
$\boldsymbol{\beta_2}$	< 2e-16	<	0.05	Tolak H_0
$\boldsymbol{\beta_3}$	< 2e-16	<	0.05	Tolak H_0
$\boldsymbol{\beta_4}$	< 2e-16	<	0.05	Tolak H_0
$\boldsymbol{\beta_5}$	< 2e-16	<	0.05	Tolak H_0
$\boldsymbol{\beta_6}$	< 2e-16	<	0.05	Tolak H_0
$\boldsymbol{\beta_7}$	< 2e-16	<	0.05	Tolak H_0
$\boldsymbol{\beta_8}$	< 2e-16	<	0.05	Tolak H_0
$\boldsymbol{\beta_9}$	< 2e-16	<	0.05	Tolak H_0
$\boldsymbol{\beta_{10}}$	< 2e-16	<	0.05	Tolak H_0

v. Kesimpulan

Dengan menggunakan tingkat signifikansi 5% (α = 0,05), diperoleh hasil bahwa ada pengaruh variabel tahun penundaan ke seluruh periode tahun penundaan terhadap estimasi cadangan klaim

3. Total Cadangan Klaim dengan Pendekatan ODP

Hasil dari uji hipotesis baik variabel tahun kejadian maupun variabel tahun penundaan menyatakan berpengaruh terhadap estimasi cadangan klaim. Dari parameter konstanta, parameter tahun kejadian, dan parameter tahun penundaan tersebut, dapat dibentuk model regresi sebagai berikut.

$$\hat{C}_{i,j} = \exp(13.807 - 0.016X_{1,2006} - 0.056X_{1,2007} - 0.140X_{1,2008} - 0.224X_{1,2009} - 0.198X_{1,2010} - 0.188X_{1,2011} - 0.203X_{1,2012} - 0.197X_{1,2013} - 0.209X_{1,2014} - 1.002X_{2,2} - 1.568X_{2,3} - 2.051X_{2,4} - 2.428X_{2,5} - 2.712X_{2.6} - 2.983X_{2,7} - 3.204X_{2,8} - 3.404X_{2,9} - 3.535X_{2,10})$$

Dari model regresi yang diperoleh, digunakan untuk estimasi klaim-klaim bagian bawah *run-off triangle* menggunakan persamaan (2.23). Perhitungan lengkap dapat dilihat pada **Lampiran 5**. Berikut ini merupakan perhitungan klaim untuk tahun kejadian ke-2007.

$$\hat{C}_{2007,9} = \hat{m}_{2007,9} = \exp(13.807 - 0.056 - 3.404) = 31{,}170.3$$

$$\hat{C}_{2007,10} = \hat{m}_{2007,10} = \exp(13.807 - 0.056 - 3.535) = 27{,}358.4$$

Hasil klaim-klaim yang diperoleh ditampilkan pada **Tabel 3.15** dan **Tabel 3.16** ditandai dengan kolom berwarna kuning sebagai berikut.

Tabel 3. 15 Hasil cadangan klaim menggunakan metode GLM (USD)

Tahun Kejadian	Tahun Penundaan				
	1	2	3	4	5
2005	1007470	1356265	1574254	1694957	1778476
2006	1007650	1386436	1567868	1680675	1760658
2007	974765	1300853	1490543	1606285	1678774
2008	860413	1178528	1353821	1458355	1538880
2009	777474	1063673	1226070	1336641	1415538
2010	804332	1095562	1268497	1379442	1458081
2011	798065	1101016	1279556	1400693	72518
2012	795645	1093432	1275051	104041	71400
2013	793632	1113800	169806	104738	71878
2014	804817	295407	167737	103462	71002

Tabel 3. 16 Lanjutan total cadangan klaim metode GLM (USD)

Tahun Kejadian	Tahun Penundaan				
	6	7	8	9	10
2005	1844607	1892015	1933258	1966708	1995636
2006	1815164	1863522	1901993	1933911	28446
2007	1740953	1790574	1828815	31170	27358
2008	1601007	1646311	35014	28656	25152
2009	1473455	40129	32191	26346	23124
2010	54036	41183	33036	27037	23731
2011	54596	41610	33379	27318	23977
2012	53754	40968	32864	26897	23608
2013	54115	41243	33084	27077	23766
2014	53455	40740	32681	26747	23476

Setelah diperoleh hasil klaim-klaim yang akan terjadi dimasa mendatang, akan diperoleh total cadangan klaim yang harus disiapkan oleh perusahaan asuransi dengan mengunakan persamaan (2.7). Perhitungan lengkap dapat dilihat pada **Lampiran 6**. Berikut ini merupakan contoh perhitungan cadangan klaim tersebut.

$$\hat{R}_{2006} = 28{,}446$$

$$\hat{R}_{2007} = 31{,}770 + 27{,}358 = 58{,}528$$

Hasil perhitungan lengkap dapat dilihat pada **Tabel 3.17** berikut.

Tabel 3. 17 Cadangan Klaim per Tahun

Tahun Kejadian	**Cadangan Klaim (USD)**
2006	28,446
2007	58,529
2008	88,822
2009	121,790
2010	179,023
2011	253,398
2012	353,531
2013	525,706
2014	814,708
Total	2,423,953

Dari **Tabel 3.17** dapat diketahui total cadangan yang harus diselesaikan pada klaim yang terjadi tahun 2006 hingga 2014 sebesar USD 2,423,953. Dapat diartikan bahwa hasil estimasi cadangan klaim dengan menggunakan metode *Chain Ladder* dan *Generalized Linear Model* (GLM) memberikan hasil yang sama yaitu sebesar USD 2,423,953. Berdasarkan **Tabel 3.17** dapat diperoleh total cadangan klaim yang harus disiapkan oleh pihak asuransi sembilan tahun kedepan sebagai berikut.

Tabel 3. 18 Total cadangan klaim ditahun berikutnya

Tahun	Cadangan Klaim (USD)
2015	830,566.53
2016	527,859.11
2017	355,238.25
2018	249,625.43
2019	178,610.89
2020	124,698.3
2021	83,365.536
2022	50,512.797
2023	23,476.143
Total	2,423,953

3.3. 6 *Prediction Error* pada Metode GLM

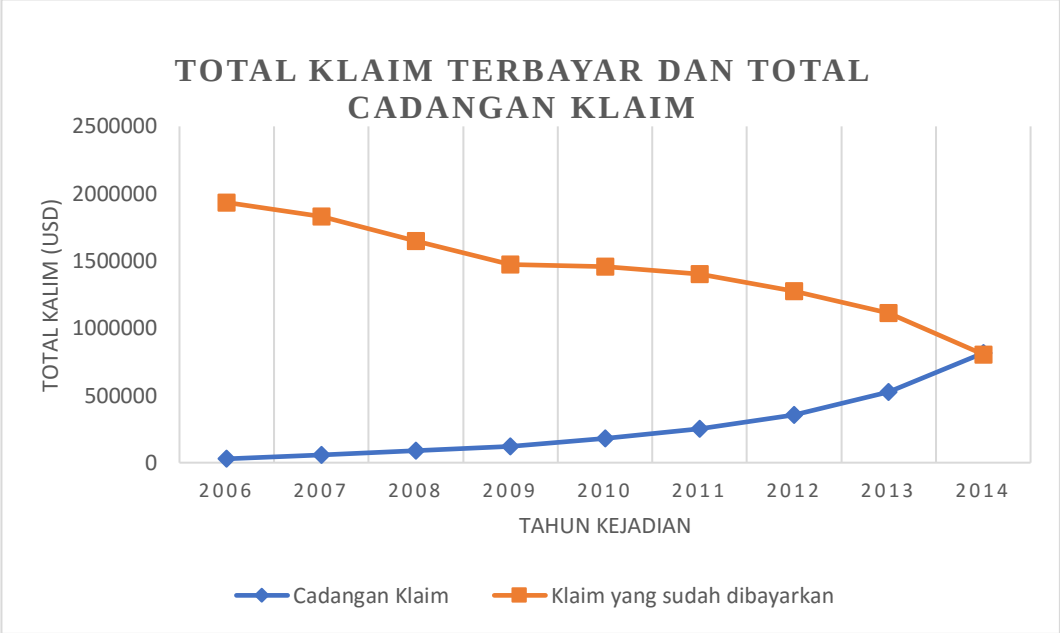
Cadangan klaim merupakan total pembayaran klaim mendatang yang diperoleh dari prediksi berdasarkan data pembayaran klaim saat ini. Nilai prediksi yang dihasilkan oleh suatu model tidak selalu tepat, pada prediksi cadangan klaim hal ini disebut kesalahan prediksi cadangan klaim. Kesalahan prediksi cadangan klaim adalah ukuran perbedaan antara prediksi dan pembayaran klaim yang sebenarnya (Panning, 2006). Kesalahan prediksi berhubungan dengan ukuran kecukupan dan keakuratan model.

Untuk melihat keakuratan dari hasil prediksi klaim menggunakan pendekatan *Over-Dispersed Poisson*, maka dicari nilai *prediction error* menggunakan persamaan (2.26). Pada **Tabel 3.18** ditampilkan hasil nilai *prediction error* dari setiap tahun kejadian sebagai berikut.

Tabel 3. 19 Hasil *prediction error* metode GLM

Tahun Kejadian	Total klaim sudah dibayar	Total cadangan klaim	*Prediction Error* (USD)	*Prediction Error* (%)
2006	1,933,911	28,445.63	6,474.09	22.76%
2007	1,828,815	58,528.7	8,651.13	14.78%
2008	1,646,311	88,822.16	10,133.94	11.40%
2009	1,473,455	121,790.2	11,509.42	9.45%
2010	1,458,081	179,022.7	13,913.37	7.77%
2011	1,400,693	253,397.8	16,650.68	6.57%
2012	1,275,051	353,531.4	20,049.76	5.67%
2013	1,113,800	525,706.5	25,890.13	4.91%
2014	804,817	814,707.9	36,924.13	4.53%
Total	12,934,934	2,423,953	76,560.66	3.16%

Berdasarkan **Tabel 3.19** diperoleh nilai total klaim yang sudah dibayarkan pada setiap tahun kejadian dengan total cadangan klaim yang harus disiapkan setiap tahunnya. Total cadangan klaim yang harus disiapkan berbanding terbalik dengan besarnya klaim yang sudah dibayarkan. Semakin besar total klaim yang sudah dibayar, maka semakin sedikit total cadangan klaim yang harus disiapkan. Pada nilai *prediction error* dari setiap tahun kejadian, terlihat bahwa nilai *prediction error* terus menurun setiap tahunnya. Akumulasi dari 10 tahun kejadian didapatkan nilai *prediction error* untuk metode GLM dengan pendekatan ODP sebesar 3.16%. Semakin kecil nilai *prediction error* yang dihasilkan oleh model, semakin akurat estimasi parameter yang diberikan. *Prediction error* dengan nilai 3.16% terbilang kecil, dapat diartikan estimasi cadangan klaim yang diperoleh adalah baik.



Gambar 3. 4 Grafik total klaim terbayar dan total cadangan klaim

Berdasarkan **Gambar 3.4** merupakan grafik total klaim prediksi dan observasi, dimana sumbu *x* menyatakan tahun kejadian dan sumbu *y* menyatakan jumlah klaim. Dari grafik tersebut terlihat bahwa tahun lama seperti tahun 2006 yang (di lambangkan dengan angka satu) memiliki nilai prediksi yang kecil, hal ini disebabkan pada tahun 2006, perusahaan asuransi sudah membayarkan tuntutan klaim selama kurun waktu sembilan tahun. Maka sisa klaim yang harus disiapkan tidak banyak. Berbeda dengan tahun-tahun baru seperti tahun 2014 (di lambangkan angka sembilan) yang baru menyelesaikan pembayaran klaim ditahun kejadian memerlukan banyak cadangan klaim untuk melunasi di tahun selanjutnya.

3.3. 7 *Confidence Interval* Pada Metode GLM

Salah satu keunggulan metode stokastik pada estimasi cadangan klaim adalah dapat memberikan batas atas dan bawah dari estimasi atau yang disebut dengan *confidence interval*. Dengan mengguankan persamaan (2.24), *confidence interval* total cadangan klaim diperoleh dengan tingkat signifikansi 5% sebagai berikut.

$$batas\ atas = 2{,}423{,}953 + 1.96 \times \sqrt{\frac{2{,}423{,}953}{55}} = 2{,}424{,}364$$

$$batas\ bawah = 2{,}423{,}953 - 1.96 \times \sqrt{\frac{2{,}423{,}953}{55}} = 2{,}423{,}542$$

Diperoleh nilai batas atas sebesar USD 2,424,364 dan batas bawah USD 2,423,542. Dapat diartikan bahwa cadangan klaim yang harus disiapkan oleh perusahaan asuransi untuk sembilan tahun mendatang berada pada rentang USD 2,423,542 dan USD 2,424,364. Dengan adanya selang interval tersebut, perusahaan asuransi dapat lebih fleksibel untuk menentukan total cadangan yang berada dalam selang interval tersebut. Perusahaan asuransi dapat menyiapkan cadangan klaim dengan menggunakan batas bawah dari *confidence interval* tersebut.

3.3. 8 Perbandingan Metode Estimasi Cadangan Klaim

Perbandingan metode estimasi cadangan klaim dilakukan untuk memberikan pandangan kepada pembaca dalam menentukan cadangan klaim yang terbaik. Adapun metode yang akan dibandingkan adalah metode *Chain Ladder* dan GLM dengan pendekatan *Over-Dispersed Poisson*. Indikator yang dibandingkan adalah besarnya cadangan klain IBNR yang diprediksi dan *standard error* yang digunakan. Ringkasan perbandingan cadangan klaim untuk metode *Chain Ladder* dan ODP disajikan pada **Tabel 3.20.**

Tabel 3. 20 Perbedaan *Chain Ladder dan ODP*

Chain Ladder	***Over-Dispersed Poisson***
Metode deterministik	Metode Stokastik
Prediction error tidak diperoleh	*Prediction error* dapat diperoleh
Hasil estimasi menghasilkan satu nilai prediksi	Hasil estimasi dapat menampilkan *confidence interval*

Cadangan klaim yang diperoleh menggunakan metode *Chain Ladder* memiliki hasil yang sama dengan metode *Generalized Linear Model* yaitu sebesar USD 2,423,953. Namun, pada pendekatan *Over-Dispersed Poisson* diperoleh selang interval antara USD 2,423,542 dan USD 2,424,364. Perusahaan asuransi dapat menggunakan nilai batas bawah dari selang interval tersebut yaitu USD 2,423,542 karena masih dalam

rentang interval. Batas bawah yang dapat digunakan oleh perusahaan asuransi memiliki nilai yang lebih dikecil dibandingkan dengan hasil cadangan klaim menggunakan metode *Chain Ladder*. Artinya, perusahaan asuransi dapat menghemat sebesar USD 411 dalam menyiapkan biaya cadangan. Oleh karena itu, uang tersebut dapat digunakan perusahaan untuk keperluan lainnya.

BAB IV
PENUTUP

4. 1. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan prediksi cadangan klaim menggunakan metode *Chain Ladder* dan *Over-Dispersed Poisson (ODP)*, maka dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

1. Berdasarkan penerapan metode *Generalized Linear Model* (GLM) dengan pendekatan *Over-Dispersed Poisson* (ODP) dalam memprediksi cadangan klaim diperoleh kesimpulan sebagai berikut:
   a. Pada pendekatan *Over-Dispersed Poisson* estimasi parameter tahun kejadian dan tahun penundaan diperoleh dari *Maximum Likelihood Estimation*.
   b. Besar inkremental klaim pada setiap tahun kejadian mempunyai *trend* menurun terhadap waktu. Perusahaan asuransi cenderung membayar sebagian besar klaim-klaim pemegang polis pada saat tahun pertama kejadian atau dua tahun setelah kejadian.
2. Berdasarkan hasil cadangan klaim dari metode *Chain Ladder* dan pendekatan *Over-Dispersed Poisson* dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut:
   a. Kedua metode menghasilkan estimasi cadangan klaim yang sama sebesar USD 2,423,953.
   b. Pada metode *Generalized Linear Model* diperoleh selang kepercayaan berada pada interval USD 2,423,542 dan USD 2,424,364. Artinya, pada tahun berikutnya cadangan klaim yang diperlukan perusahaan asuransi berada pada rentang tersebut.
   c. Dengan adanya selang kepercayaan, perusahaan asuransi dapat menggunakan batas bawah dari selang kepercayaan yang hasilnya lebih kecil dibandingkan hasil estimasi menggunakan metode *Chain Ladder*.
   d. *Prediction error* yang diperoleh dari pendekatan ODP sebesar 3.16%, semakin kecil *prediction error* yang diberikan oleh model, semakin akurat

estimasi parameter yang diberikan, dapat dikatakan bahwa prediksi yang diberikan model *Over-Dispersed Poisson* memberikan hasil yang baik.

e. Pada kasus ini, pendekatan ODP dapat menyempurnakan metode *Chain Ladder* yang tidak dapat memperoleh nilai *prediction error* dan juga nilai *confidence interval* pada total cadangan klaim yang diprediksi.

4. 2. Saran

Berdasarkan kesimpulan yang telah diperoleh, maka terdapat beberapa saran, yaitu adalah sebagai berikut:

1. Selain model *Over-Dispersed Poisson*, metode GLM mampu mengestimasi cadangan klaim IBNR dengan mengikuti distribusi Normal, Poisson, dan Gamma. Diharapkan pada penelitian selanjutnya dapat diaplikasikan pada distribusi tersebut.
2. Untuk penelitian selanjutnya dapat menambahkan variabel lainnya seperti seperti jenis kelamin, usia, atau daerah pemegang polis. Dengan penambahan variabel tersebut memberikan informasi tambahan dan memungkinkan hasil *prediction error* yang diperoleh lebih kecil.
3. Untuk memperkecil hasil *prediction error* dapat diaplikasikan teknik *bootstrap* dalam mengestimasi cadangan klaim IBNR.

DAFTAR PUSTAKA

Abiyyu, I. (2015). *Proyeksi Cadangan Klaim Dengan Metode Munich Chain-Ladder.* Bogor: Departemen Matematika, Fakultas MIPA IPB.

Amalia, M. R. (2014). *Metode Bootstrap Dalam Cadangan Klaim IBNR (Incurred But Not Reported).* Yogyakarta: Universitas Gadjah Mada.

Anderson, D., Feldblum, S., Modlin, C., Schirmacher, D., Schirmacher, E., & Thandi, N. (2007). *A Practioner's Guide to Generalized Linear Models.* Virginia: Casualty Actuarial Society.

Antonio, K., Beirlant, J., Hoedemakers, T., & Verlaak, R. (2006). *Lognormal Mixed Models for Reported Claims Reserves*. North American Actuarial Journal, 30-48.

Black, K. J., & Skipper, H. D. (1993). *Life Insurance 12th ed.* Prentice Hall College Div.

Bowers, G., & Hickman, J. N. (1998). *Actuarial Mathematics.* Schaumburg: The Society of Actuaries.

Brosius, E. (1992). *Loss Development Using Crediability*. Casualty Actuarial Society.

Brown, R. L., & Gottlieb, L. R. (1993). *Introduction to Ratemakin and Loss Reserving for Property and casualty Insurance.* Actex Publications.

Casella, G., & Berger, R. L. (2002). *Statistical Inference, Second Edition.* USA: Thomson Learning, Inc.

Danarti, D. (2011). *Jurus Pintar Asuransi Agar Anda Tenang, Aman, dan Nyaman.* Jakarta: G-Media.

David, I. J., Asiribo, O. E., & Dikko, H. G. (2013). *Assessing The Adequacy of Split-Plot Design Models*. International Journal of Scientific and Technology Research.

England, P. D., & Verrall, R. J. (2002). *Stochastic Claims Reserving in General Insurance*. British Actuarial Journal 8, 443-544.

Friedland, J. (2010). *Estimating Unpaid Claims Using Basic Technique.* Arlington County: Casualty Actuarial Society.

Gediminaite, I. (2009). *On The Prediction Error in Several Claims Estimation Methods.* Chief Actuary Lars Klingberg.

Hardle, W., Muller, M., Sperlich, S., & Werwatz, A. (2004). *Nonparametric and Semiparametric Models.* Berlin Heiderberg Germany: Springer-Verlag.

Herrhyanto, N., & Gantini, T. (2009). *Pengantar Statistika Matematis.* Bandung: Yrama Widya.

Hibatullah, M. I. (2016). *Prediksi Cadangan Klaim Asuransi Dengan Metode Bornhuetter Ferguson.* Bogor: Institut Pertanian Bogor.

Hinde, J., & Demetrio, C. G. (2007). *Overdispersion: Models and Estimation.* Brazil: Symposium of Probabilty and Statistics.

Hossack, I., Pollar, J., & Zenwirth, B. (1999). *Introductory Statistics with Applications in General Insurance.* Cambrige (UK): University of Cambridge Press.

Ismail, N., & Jemain, A. A. (2007). *Handling Overdispersion with Negative Binomial and Generalized Poisson Regression Models*. Casualty Actuarial Society Forum.

Jong, P. D., & Heller, G. Z. (2008). *Generalized Linear Models for Insurance Data.* Cambridge: Cambridge University Press.

Karmila, S. (2017). *Teori Kredibilitas dalam Memprediksi Cadangan Klaim Menggunakan Metode Chain Ladder.* Jakarta: Universitas Indonesia.

Kremer, E. (1982). *IBNR Claims and The Two-Way Model of Anova*. Scandinavian Actuarial Journal, 47-55.

Latifah, L. (2016). *Analisis Cadangan Klaim Menggunakan Generalized Linear Model dan Hierachical Generalized Linear Model.* Yogyakarta: Program Studi S2 Matematika FMIPA UGM.

Mack, T. (1993). *Distribution-free Calculation if the standars error of chain adder Reserve Estimates*. ASTIN BULLETIN, 213-225.

Maher, S. M. (1992). *Claim Reserves. Valuation Actuary Symposium.* Casualty Actuarial Society.

McCullaugh, P., & Nelder, J. A. (1989). *Generalized Linear Models.* London: Chapman and Hall.

Mehr, & Cammack. (2011). *Asuransi Alat Pengurang Resiko.* Surabaya: Pustaka Utama.

Millard, Sean. (2015). *The US Insurance Industry: Largest in The World.* https://marketrealist.com/2015/02/us-insurance-industry-largest-world. Diunggah pada tanggal 29 Maret 2018.

Muharam, R. (2017). *Perbandingan Estimasi Cadangan Klaim Menggunakan Metode Chain Ladder dan Generalized Linear Models (GLMs) Dengan Pendekatan Over-Dispersed Poisson (ODP) Pada Asuransi Umum.* Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Murphy, D. M. (2007). *Chain Ladder Reserve Risk Estimators*. *CAS E-Forum Summer*.

Mutaqin, A. K. (2009). *Penaksiran Distribusi Outstanding Claims Liability Menggunakan Compound Disribution*. Statistika, 115-121.

National Association of Insurance Commissioners. (2015). *Statistical Compilation of Annual Statement Information for Property/Casualty Insurance Companies in 2014*. http://www.naic.org. Diunduh Tanggal 29 Desember 2017.

Nelder, J.A. and Wedderburn, R.W.M. (1972). *Generalized Linear Models.* Journal Statistical Society.

Otoritas Jasa Keuangan. (2016). *Statistik Perasuransian 2015*. http://www.ojk.go.id. Diunduh Tanggal 10 November 2017.

Panning, W. H. (2006). *Measuring Loss Reserve Uncertainty*. Casualty Actuarial Society Forum.

Taylor, G., & McGuire, G. (2016). *Stochastic Loss Reserving Using Generalized Linear Models.* Virginia: Casualty Actuarial Society.

Taylor, G., McGuire, G., & Greenfield, A. (2003). *Loss Reserving: Past, Present and Future.* Australia: The University of Melbourne.

Tiller, M. W. (1988). *Individual Risk Rating.* Casualty Actuarial Science.

Verrall, R. J. (2000). *An Investigation into Stochastic Claims Reserving Models*. Insurance: Mathematics and Economics, 91-99.

LAMPIRAN

Lampiran 1 *Run-off Triangle Cumulative Claims*

Tahun Kejadian	Tahun Penundaan				
	1	2	3	4	5
2005	1007470	1356265	1574254	1694957	1778476
2006	1007650	1386436	1567868	1680675	1760658
2007	974765	1300853	1490543	1606285	1678774
2008	860413	1178528	1353821	1458355	1538880
2009	777474	1063673	1226070	1336641	1415538
2010	804332	1095562	1268497	1379442	1458081
2011	798065	1101016	1279556	1400693	
2012	795645	1093432	1275051		
2013	793632	1113800			
2014	804817				

Tahun Kejadian	Tahun Penundaan				
	6	7	8	9	10
2005	1844607	1892015	1933258	1966708	1995636
2006	1815164	1863522	1901993	1933911	
2007	1740953	1790574	1828815		
2008	1601007	1646311			
2009	1473455				
2010					
2011					
2012					
2013					
2014					

Lampiran 2 Estimasi Faktor Tahun Penundaan Metode *Chain Ladder*

$$\hat{\lambda}_1 = \frac{1{,}356{,}265 + 1{,}386{,}436 + 1300853 + \cdots + 1{,}113{,}800}{1{,}007{,}470 + 1{,}007{,}650 + 974{,}765 + \cdots + 793{,}632} = 1.367$$

$$\hat{\lambda}_2 = \frac{1{,}574{,}254 + 1{,}567{,}868 + 1{,}490{,}543 + \cdots + 1{,}275{,}051}{1{,}356{,}265 + 1{,}386{,}436 + 1{,}300{,}853 + \cdots + 1{,}093{,}432} = 1.152$$

$$\hat{\lambda}_3 = \frac{1{,}594{,}957 + 1{,}680{,}675 + 1{,}606{,}285 + \cdots + 1{,}400{,}693}{1{,}574{,}254 + 1{,}567{,}868 + 1{,}490{,}543 + \cdots + 1{,}279{,}556} = 1.082$$

$$\hat{\lambda}_4 = \frac{1{,}778{,}476 + 1{,}760{,}658 + 1{,}678{,}774 + \cdots + 1{,}458{,}081}{1{,}694{,}957 + 1{,}680{,}675 + 1{,}606{,}285 + \cdots + 1{,}379{,}442} = 1.052$$

$$\hat{\lambda}_5 = \frac{1{,}844{,}607 + 1{,}815{,}164 + 1{,}740{,}953 + \cdots + 1{,}473{,}455}{1{,}778{,}476 + 1{,}760{,}658 + 1{,}678{,}774 + \cdots + 1{,}415{,}538} = 1.037$$

$$\hat{\lambda}_6 = \frac{1{,}892{,}015 + 1{,}863{,}522 + 1{,}790{,}574 + 1{,}646{,}311}{1{,}844{,}607 + 1{,}815{,}164 + 1{,}740{,}953 + 1{,}601{,}007} = 1.027$$

$$\hat{\lambda}_7 = \frac{1{,}933{,}258 + 1{,}901{,}993 + 1{,}828{,}815}{1{,}892{,}015 + 1{,}863{,}522 + 1{,}790{,}574} = 1.021$$

$$\hat{\lambda}_8 = \frac{1{,}966{,}708 + 1{,}933{,}911}{1{,}933{,}258 + 1{,}901{,}993} = 1.017$$

$$\hat{\lambda}_9 = \frac{1{,}995{,}636}{1{,}966{,}708} = 1.015$$

Lampiran 3 Estimasi Cadangan Klaim Kumulatif ($\widehat{D}_{i,j}$)

$$\widehat{D}_{2014,2} = 804{,}817 \times 1.367 = 1{,}100{,}224$$
$$\widehat{D}_{2013,3} = 1{,}113{,}800 \times 1.152 = 1{,}283{,}607$$
$$\widehat{D}_{2014,3} = 1{,}100{,}224 \times 1.152 = 1{,}267{,}961$$
$$\widehat{D}_{2012,4} = 1{,}275{,}051 \times 1.082 = 1{,}379{,}092$$
$$\widehat{D}_{2013,4} = 1{,}283{,}607 \times 1.082 = 1{,}388{,}346$$
$$\widehat{D}_{2014,4} = 1{,}267{,}961 \times 1.082 = 1{,}371{,}423$$
$$\widehat{D}_{2011,5} = 1{,}400{,}693 \times 1.052 = 1{,}473{,}211$$
$$\widehat{D}_{2012,5} = 1{,}379{,}092 \times 1.052 = 1{,}450{,}491$$
$$\widehat{D}_{2013,5} = 1{,}388{,}346 \times 1.052 = 1{,}460{,}224$$
$$\widehat{D}_{2014,5} = 1{,}371{,}423 \times 1.052 = 1{,}442{,}426$$
$$\widehat{D}_{2010,6} = 1{,}458{,}081 \times 1.037 = 1{,}512{,}116$$
$$\widehat{D}_{2011,6} = 1{,}473{,}211 \times 1.037 = 1{,}527{,}807$$
$$\widehat{D}_{2012,6} = 1{,}450{,}491 \times 1.037 = 1{,}504{,}245$$
$$\widehat{D}_{2013,6} = 1{,}460{,}225 \times 1.037 = 1{,}514{,}339$$
$$\widehat{D}_{2014,6} = 1{,}442{,}426 \times 1.037 = 1{,}495{,}881$$
$$\widehat{D}_{2009,7} = 1{,}473{,}455 \times 1.027 = 1{,}513{,}584$$
$$\widehat{D}_{2010,7} = 1{,}512{,}116 \times 1.027 = 1{,}553{,}299$$
$$\widehat{D}_{2011,7} = 1{,}473{,}211 \times 1.027 = 1{,}569{,}417$$
$$\widehat{D}_{2012,7} = 1{,}504{,}245 \times 1.027 = 1{,}545{,}213$$
$$\widehat{D}_{2013,7} = 1{,}514{,}339 \times 1.027 = 1{,}555{,}582$$
$$\widehat{D}_{2014,7} = 1{,}495{,}881 \times 1.027 = 1{,}536{,}621$$
$$\widehat{D}_{2008,8} = 1{,}442{,}426 \times 1.021 = 1{,}495{,}881$$
$$\widehat{D}_{2009,8} = 1{,}513{,}584 \times 1.021 = 1{,}681{,}325$$
$$\widehat{D}_{2010,8} = 1{,}553{,}299 \times 1.021 = 1{,}586{,}334$$
$$\widehat{D}_{2011,8} = 1{,}569{,}417 \times 1.021 = 1{,}602{,}795$$
$$\widehat{D}_{2012,8} = 1{,}545{,}213 \times 1.021 = 1{,}578{,}077$$
$$\widehat{D}_{2013,8} = 1{,}555{,}582 \times 1.021 = 1{,}588{,}666$$

$$\widehat{D}_{2014,8} = 1{,}536{,}621 \times 1.021 = 1{,}569{,}302$$
$$\widehat{D}_{2007,9} = 1{,}828{,}815 \times 1.017 = 1{,}859{,}985$$
$$\widehat{D}_{2008,9} = 1{,}681{,}325 \times 1.017 = 1{,}709{,}981$$
$$\widehat{D}_{2009,9} = 1{,}545{,}775 \times 1.017 = 1{,}572{,}121$$
$$\widehat{D}_{2010,9} = 1{,}586{,}334 \times 1.017 = 1{,}613{,}371$$
$$\widehat{D}_{2011,9} = 1{,}602{,}795 \times 1.017 = 1{,}630{,}113$$
$$\widehat{D}_{2012,9} = 1{,}578{,}077 \times 1.017 = 1{,}604{,}973$$
$$\widehat{D}_{2013,9} = 1{,}588{,}666 \times 1.017 = 1{,}615{,}743$$
$$\widehat{D}_{2014,9} = 1{,}569{,}302 \times 1.017 = 1{,}596{,}050$$
$$\widehat{D}_{2006,10} = 1{,}933{,}911 \times 1.015 = 1{,}962{,}357$$
$$\widehat{D}_{2007,10} = 1{,}859{,}985 \times 1.015 = 1{,}887{,}344$$
$$\widehat{D}_{2008,10} = 1{,}709{,}981 \times 1.015 = 1{,}735{,}133$$
$$\widehat{D}_{2009,10} = 1{,}572{,}121 \times 1.015 = 1{,}595{,}246$$
$$\widehat{D}_{2010,10} = 1{,}613{,}372 \times 1.015 = 1{,}637{,}102$$
$$\widehat{D}_{2011,10} = 1{,}630{,}113 \times 1.015 = 1{,}654{,}090$$
$$\widehat{D}_{2012,10} = 1{,}640{,}974 \times 1.015 = 1{,}628{,}581$$
$$\widehat{D}_{2013,10} = 1{,}615{,}744 \times 1.015 = 1{,}639{,}509$$
$$\widehat{D}_{2014,10} = 1{,}596{,}050 \times 1.015 = 1{,}619{,}525$$

Lampiran 4 Estimasi Cadangan Klaim Per Tahun Kejadian Menggunakan Metode *Chain Ladder*

$$\hat{R}_{2006} = 1{,}962{,}356.59 - 1{,}933{,}911 = 28{,}445.59$$

$$\hat{R}_{2007} = 1{,}887{,}343.55 - 1{,}828{,}815 = 58{,}528.55$$

$$\hat{R}_{2008} = 1{,}735{,}133.17 - 1{,}646{,}311 = 88{,}822.17$$

$$\hat{R}_{2009} = 1{,}595{,}245.58 - 1{,}473{,}455 = 121{,}790.58$$

$$\hat{R}_{2010} = 1{,}637{,}102.53 - 1{,}458{,}081 = 179{,}021.53$$

$$\hat{R}_{2011} = 1{,}654{,}090.27 - 1{,}400{,}693 = 253{,}397.27$$

$$\hat{R}_{2012} = 1{,}628{,}581.08 - 1{,}275{,}051 = 353{,}530.08$$

$$\hat{R}_{2013} = 1{,}639{,}509.26 - 1{,}113{,}800 = 525{,}709.26$$

$$\hat{R}_{2014} = 1{,}619{,}525.72 - 804{,}817 = 814{,}708.72$$

Lampiran 5 Perhitungan Bagian Bawah *Run-off Triangle* Menggunakan GLM

$$\hat{C}_{2006,10} = \hat{m}_{2006,10} = \exp(13.807 - 0.016 - 3.535) = 28{,}445.6$$

$$\hat{C}_{2007,9} = \hat{m}_{2007,9} = \exp(13.807 - 0.056 - 3.404) = 31{,}170.3$$

$$\hat{C}_{2007,10} = \hat{m}_{2007,10} = \exp(13.807 - 0.056 - 3.535) = 27{,}358.4$$

$$\hat{C}_{2008,8} = \hat{m}_{2008,8} = \exp(13.807 - 0.140 - 3204) = 35{,}013.9$$

$$\hat{C}_{2008,9} = \hat{m}_{2008,9} = \exp(13.807 - 0.140 - 3.404) = 28{,}656.3$$

$$\hat{C}_{2008,10} = \hat{m}_{2008,10} = \exp(13.807 - 0.140 - 3.535) = 25{,}151.9$$

$$\hat{C}_{2009,7} = \hat{m}_{2009,7} = \exp(13.807 - 0.224 - 2.983) = 40{,}129.2$$

$$\hat{C}_{2009,8} = \hat{m}_{2009,8} = \exp(13.807 - 0.224 - 3.204) = 32{,}190.9$$

$$\hat{C}_{2009,9} = \hat{m}_{2009,9} = \exp(13.807 - 0.224 - 3.404) = 26{,}346$$

$$\hat{C}_{2009,10} = \hat{m}_{2009,10} = \exp(13.807 - 0.224 - 3.535) = 23{,}124.1$$

$$\hat{C}_{2010,6} = \hat{m}_{2010,6} = \exp(13.807 - 0.198 - 2{,}712) = 54{,}035.7$$

$$\hat{C}_{2010,7} = \hat{m}_{2010,7} = \exp(13.807 - 0.198 - 2.983) = 41{,}182.6$$

$$\hat{C}_{2010,8} = \hat{m}_{2010,8} = \exp(13.807 - 0.198 - 3.204) = 33{,}035.9$$

$$\hat{C}_{2010,9} = \hat{m}_{2010,9} = \exp(13.807 - 0.198 - 3.404) = 27{,}037.5$$

$$\hat{C}_{2010,10} = \hat{m}_{2010,10} = \exp(13.807 - 0.198 - 3.535) = 23{,}731.1$$

$$\hat{C}_{2011,5} = \hat{m}_{2011,5} = \exp(13.807 - 0.188 - 2.428) = 72{,}517.99$$

$$\hat{C}_{2011,6} = \hat{m}_{2011,6} = \exp(13.807 - 0.188 - 2.712) = 54{,}596.2$$

$$\hat{C}_{2011,7} = \hat{m}_{2011,7} = \exp(13.807 - 0.188 - 2.983) = 41{,}609.8$$

$$\hat{C}_{2011,8} = \hat{m}_{2011,8} = \exp(13.807 - 0.188 - 3.204) = 33{,}378.6$$

$$\hat{C}_{2011,9} = \hat{m}_{2011,9} = \exp(13.807 - 0.188 - 3.404) = 27{,}318$$

$$\hat{C}_{2011,10} = \hat{m}_{2011,10} = \exp(13.807 - 0.188 - 3.535) = 23{,}977.2$$

$$\hat{C}_{2012,4} = \hat{m}_{2012,4} = \exp(13.807 - 0.203 - 2.051) = 104{,}041$$

$$\hat{C}_{2012,5} = \hat{m}_{2012,5} = \exp(13.807 - 0.203 - 2.428) = 71{,}399.78$$

$$\hat{C}_{2012,6} = \hat{m}_{2012,6} = \exp(13.807 - 0.203 - 2.712) = 53{,}754.4$$

$$\hat{C}_{2012,7} = \hat{m}_{2012,7} = \exp(13.807 - 0.203 - 2.983) = 40{,}968.1$$

$$\hat{C}_{2012,8} = \hat{m}_{2012,8} = \exp(13.807 - 0.203 - 3.204) = 32{,}863.9$$

$$\hat{C}_{2012,9} = \hat{m}_{2012,9} = \exp(13.807 - 0.203 - 3.404) = 26{,}896.7$$

$$\hat{C}_{2012,10} = \hat{m}_{2012,10} = \exp(13.807 - 0.203 - 3.535) = 23{,}607.5$$

$$\hat{C}_{2013,3} = \hat{m}_{2013,3} = \exp(13.807 - 0.197 - 1.568) = 169{,}806$$

$$\hat{C}_{2013,4} = \hat{m}_{2013,4} = \exp(13.807 - 0.197 - 2.051) = 104{,}738$$

$$\hat{C}_{2013,5} = \hat{m}_{2013,5} = \exp(13.807 - 0.197 - 2.428) = 71{,}878.32$$

$$\hat{C}_{2013,6} = \hat{m}_{2013,6} = \exp(13.807 - 0.197 - 2.712) = 54{,}114.6$$

$$\hat{C}_{2013,7} = \hat{m}_{2013,7} = \exp(13.807 - 0.197 - 2.983) = 41{,}242.7$$

$$\hat{C}_{2013,8} = \hat{m}_{2013,8} = \exp(13.807 - 0.197 - 3.204) = 33{,}084.2$$

$$\hat{C}_{2013,9} = \hat{m}_{2013,9} = \exp(13.807 - 0.197 - 3.404) = 27{,}077$$

$$\hat{C}_{2013,10} = \hat{m}_{2013,10} = \exp(13.807 - 0.197 - 3.535) = 23{,}765.7$$

$$\hat{C}_{2014,2} = \hat{m}_{2014,2} = \exp(13.807 - 0.209 - 1.002) = 295{,}407$$

$$\hat{C}_{2014,3} = \hat{m}_{2014,3} = \exp(13.807 - 0.209 - 1.568) = 167{,}737$$

$$\hat{C}_{2014,4} = \hat{m}_{2014,4} = \exp(13.807 - 0.209 - 2.051) = 103{,}462$$

$$\hat{C}_{2014,5} = \hat{m}_{2014,5} = \exp(13.807 - 0.209 - 2.428) = 71{,}002.47$$

$$\hat{C}_{2014,6} = \hat{m}_{2014,6} = \exp(13.807 - 0.209 - 2.712) = 53{,}455.2$$

$$\hat{C}_{2014,7} = \hat{m}_{2014,7} = \exp(13.807 - 0.209 - 2.983) = 40{,}740.2$$

$$\hat{C}_{2014,8} = \hat{m}_{2014,8} = \exp(13.807 - 0.209 - 3.204) = 32{,}681$$

$$\hat{C}_{2014,9} = \hat{m}_{2014,9} = \exp(13.807 - 0.209 - 3.404) = 26{,}747.1$$

$$\hat{C}_{2014,10} = \hat{m}_{2014,10} = \exp(13.807 - 0.209 - 3.535) = 23{,}476.1$$

Lampiran 6 Perhitungan Bagian Bawah *Run-off Triangle* Menggunakan GLM

$$\hat{R}_{2006} = 28{,}446$$

$$\hat{R}_{2007} = 31{,}770 + 27{,}358 = 58{,}528$$

$$\hat{R}_{2008} = 35{,}014 + 28{,}656 + 25{,}152 = 88{,}822$$

$$\hat{R}_{2009} = 40{,}129 + 32{,}191 + 26{,}346 + 23{,}124 = 121{,}790$$

$$\hat{R}_{2010} = 54{,}036 + 41{,}183 + 33{,}036 + 27{,}037 + 23{,}731 = 179{,}023$$

$$\hat{R}_{2011} = 72{,}518 + 54{,}596 + 41{,}610 + 33{,}379 + 27{,}318 + 23{,}977 = 253{,}398$$

$$\hat{R}_{2012} = 104{,}041 + 71{,}400 + 53{,}754 + 40{,}968 + 32{,}864 + 26{,}897 + 23{,}607 = 353{,}531$$

$$\hat{R}_{2013} = 169{,}806 + 104{,}738 + 71{,}878 + 54{,}115 + 41{,}243 + 33{,}084 + 27{,}077 + 23{,}766 = 525{,}707$$

$$\hat{R}_{2014} = 295{,}407 + 167{,}737 + 103{,}462 + 71{,}002 + 53{,}455 + 40{,}740 + 32{,}681 + 26{,}747 + 23{,}476 = 814{,}708$$

Lampiran 7 *Syntax* Program R untuk metode *Chain Ladder*

```
##memuat package yang diperlukan##
library(ChainLadder)

##memuat data yang digunakan##
x.inc=read.delim("clipboard")
x.cul=read.delim("clipboard")
x.ksg=read.delim("clipboard")

#data run-off triangle inkremental#
data.inc=as.triangle(x.inc)
data.inc
#data run-off triangle Kumulatif#
data=as.triangle(x.cul)
data

#plot data inkremental
plot(data.inc)
plot(data.inc,lattice=TRUE)
#plot data kumulatif
plot(data)
plot(data,lattice=TRUE)

##faktor tahun penundaan
n=10
f=sapply(1:(n-1), #fungsi sapply untuk mengkuadratkan
function(i)
{sum(data[c(1:(n-i)),i+1])/sum(data[c(1:(n-i)),i])
}
)
f

#function mengisi run off triangle bagian bawah Chain Ladder
full.CL = data.ksg
```

```
for(k in 1:(n-1)){
  full.CL[(n-k+1):n, k+1] = full.CL[(n-k+1):n,k]*f[k]}
full.CL
CL= full.CL
for(i in 1:nrow(full.CL)){
  for(j in 2:n){
    CL[i,j] = full.CL[i,j]-full.CL[i,j-1]
}}
CL

#total cadangan klaim CL
jumlah=function(matriks)
{
n=ncol(matriks)
hasil.jumlah=NULL
for (i in 2:n)
      {
      hasil.jumlah[i-1]=sum(matriks[i,-(1:(n-i+1))])
      }
hasil.jumlah
}

jumlah(CL)
sum(jumlah(CL))
```

Lampiran 8 *Syntax* Program R untuk metode *Generalized Linear Model*

```
##memuat package yang diperlukan##
library(ChainLadder)

##memuat data yang digunakan##
x=read.delim("clipboard")
x.ksg=read.delim("clipboard")
#data run-off triangle#
data=as.triangle(x)
#data run-off triangle
Bagian bawah bernilai 0#
data.ksg=as.triangle(x.ksg)
data.ksg

#mencari parameter dan standard error#
fit1=glmReserve(data)
fit1
summary(fit1,type="model")

#function mengisi run off triangle dengan parameter#
alpha=c(-0.01682,-0.05579,-0.13988,-0.22394,-0.19803,-
0.18771,-0.20325,
-0.19657,-0.20883)

beta=c(-1.00226,-1.56822,-2.05141,-2.4279,-2.71177,-2.9834,-
3.20382,
-3.40419,-3.53463)
trg=function(x,alpha,beta)
{
n=ncol(data.ksg)
for (i in n:2)
     {
     for (j in 2:n)
          {
```

```
            if(x[j,i]==0) {x[j,i]=exp(13.8072+alpha[j-
1]+beta[i-1])} else
            {x[j,i]=x[j,i]}
            }
      }
x
}
hasil=trg(data.ksg,alpha, beta)
hasil

#total cadangan klaim GLM
jumlah=function(matriks)
{
n=ncol(matriks)
hasil.jumlah=NULL
for (i in 2:n)
      {
      hasil.jumlah[i-1]=sum(matriks[i,-(1:(n-i+1))])
      }
hasil.jumlah
}

jumlah(hasil)
sum(jumlah(hasil))
```

Lampiran 9 *Output* Program *R* menggunakan metode *Chain Ladder*

```
> ##faktor tahun penundaan
> n=10
> f=sapply(1:(n-1), #fungsi sapply untuk mengkuadratkan
+ function(i)
+ {sum(data[c(1:(n-i)),i+1])/sum(data[c(1:(n-i)),i])
+ }
+ )
> f
[1] 1.367049 1.152457 1.081597 1.051773 1.037059 1.027235 1.021268 1.017044
[9] 1.014709
> #function mengisi run off triangle bagian bawah Chain Ladder
> full.CL = data.ksg
> for(k in 1:(n-1)){
+   full.CL[(n-k+1):n, k+1] = full.CL[(n-k+1):n,k]*f[k]}
> full.CL
      dev
origin       1       2       3       4       5       6       7       8       9
  2005 1007470 1356265 1574254 1694957 1778476 1844607 1892015 1933258 1966708
  2006 1007650 1386436 1567868 1680675 1760658 1815164 1863522 1901993 1933911
  2007  974765 1300853 1490543 1606285 1678774 1740953 1790574 1828815 1859985
  2008  860413 1178528 1353821 1458355 1538880 1601007 1646311 1681325 1709981
  2009  777474 1063673 1226070 1336641 1415538 1473455 1513584 1545775 1572121
  2010  804332 1095562 1268497 1379442 1458081 1512116 1553299 1586334 1613372
  2011  798065 1101016 1279556 1400693 1473211 1527807 1569417 1602795 1630113
  2012  795645 1093432 1275051 1379092 1450491 1504245 1545213 1578077 1604974
  2013  793632 1113800 1283607 1388346 1460225 1514339 1555582 1588666 1615744
  2014  804817 1100224 1267961 1371424 1442426 1495881 1536622 1569302 1596050
      dev
origin      10
  2005 1995636
  2006 1962357
  2007 1887344
  2008 1735133
  2009 1595246
  2010 1637103
  2011 1654090
  2012 1628581

> CL= full.CL
> for(i in 1:nrow(full.CL)){
+   for(j in 2:n){
+     CL[i,j] = full.CL[i,j]-full.CL[i,j-1]
+ }}
> CL
      dev
origin       1        2        3        4        5        6        7        8
  2005 1007470 348795.0 217989.0 120703.0 83519.00 66131.00 47408.00 41243.00
  2006 1007650 378786.0 181432.0 112807.0 79983.00 54506.00 48358.00 38471.00
  2007  974765 326088.0 189690.0 115742.0 72489.00 62179.00 49621.00 38241.00
  2008  860413 318115.0 175293.0 104534.0 80525.00 62127.00 45304.00 35013.83
  2009  777474 286199.0 162397.0 110571.0 78897.00 57917.00 40129.31 32191.00
  2010  804332 291230.0 172935.0 110945.0 78639.00 54035.34 41182.24 33035.64
  2011  798065 302951.0 178540.0 121137.0 72518.08 54596.05 41609.58 33378.44
  2012  795645 297787.0 181619.0 104040.7 71399.72 53754.07 40967.88 32863.68
  2013  793632 320168.0 169806.9 104738.8 71878.83 54114.78 41242.78 33084.21
  2014  804817 295407.2 167737.2 103462.2 71002.72 53455.19 40740.09 32680.95
      dev
origin        9       10
  2005 33450.00 28928.00
  2006 31918.00 28445.59
  2007 31170.31 27358.23
  2008 28656.49 25151.85
  2009 26346.19 23124.09
  2010 27037.47 23730.83
  2011 27318.03 23977.08
  2012 26896.74 23607.31
  2013 27077.22 23765.72
  2014 26747.18 23476.04
```

```
>
> #total cadangan klaim CL
> jumlah=function(matriks)
+ {
+ n=ncol(matriks)
+ hasil.jumlah=NULL
+ for (i in 2:n)
+ {
+ hasil.jumlah[i-1]=sum(matriks[i,-(1:(n-i+1))])
+ }
+ hasil.jumlah
+ }
>
> jumlah(CL)
[1]  28445.59  58528.55  88822.17 121790.58 179021.53 253397.27 353530.08
[8] 525709.26 814708.72
> sum(jumlah(CL))
[1] 2423954
```

Lampiran 10 *Output* Program *R* menggunakan metode GLM

```
> #mencari parameter dan standard error#
> fit1=glmReserve(data)
> fit1
        Latest Dev.To.Date Ultimate    IBNR       S.E         CV
2006   1933911   0.9855042  1962357   28446  6474.094 0.22759241
2007   1828815   0.9689887  1887344   58529  8651.134 0.14780936
2008   1646311   0.9488097  1735133   88822 10133.940 0.11409268
2009   1473455   0.9236538  1595246  121791 11509.422 0.09450142
2010   1458081   0.8906471  1637103  179022 13913.374 0.07771880
2011   1400693   0.8468058  1654090  253397 16650.682 0.06570986
2012   1275051   0.7829215  1628581  353530 20049.761 0.05671304
2013   1113800   0.6793497  1639509  525709 25809.128 0.04909394
2014    804817   0.4969460  1619526  814709 36924.132 0.04532187
total 12934934   0.8421791 15358888 2423954 76560.659 0.03158503

> summary(fit1,type="model")

Call:
glm(formula = value ~ factor(origin) + factor(dev), family = fam,
    data = ldaFit, offset = offset)

Deviance Residuals:
   Min      1Q  Median      3Q     Max
-49.29  -13.79    0.00   16.66   46.48

Coefficients:
                   Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)        13.80720    0.02071 666.578  < 2e-16 ***
factor(origin)2006 -0.01682    0.02740  -0.614   0.5433
factor(origin)2007 -0.05579    0.02785  -2.003   0.0527 .
factor(origin)2008 -0.13988    0.02869  -4.876 2.19e-05 ***
factor(origin)2009 -0.22394    0.02963  -7.558 6.17e-09 ***
factor(origin)2010 -0.19803    0.02977  -6.652 9.44e-08 ***
factor(origin)2011 -0.18771    0.03018  -6.220 3.54e-07 ***
factor(origin)2012 -0.20325    0.03111  -6.533 1.36e-07 ***
factor(origin)2013 -0.19657    0.03258  -6.034 6.26e-07 ***
factor(origin)2014 -0.20883    0.03659  -5.707 1.71e-06 ***
factor(dev)2       -1.00226    0.01867 -53.670  < 2e-16 ***
factor(dev)3       -1.56822    0.02456 -63.857  < 2e-16 ***
factor(dev)4       -2.05141    0.03209 -63.933  < 2e-16 ***
factor(dev)5       -2.42790    0.04081 -59.495  < 2e-16 ***
factor(dev)6       -2.71177    0.05052 -53.681  < 2e-16 ***
factor(dev)7       -2.98340    0.06318 -47.218  < 2e-16 ***
factor(dev)8       -3.20382    0.07994 -40.079  < 2e-16 ***
factor(dev)9       -3.40419    0.10698 -31.820  < 2e-16 ***
factor(dev)10      -3.53463    0.16043 -22.032  < 2e-16 ***
---
```

```
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for Tweedie family taken to be 732.1632)

    Null deviance: 14842147  on 54  degrees of freedom
Residual deviance:    26359  on 36  degrees of freedom
AIC: NA

Number of Fisher Scoring iterations: 3
```

```
> hasil=trg(data.ksg,alpha, beta)
> hasil
      dev
origin       1         2         3         4          5          6          7
  2005 1007470 1356265.0 1574254.0 1694957.0 1778476.00 1844607.00 1892015.00
  2006 1007650 1386436.0 1567868.0 1680675.0 1760658.00 1815164.00 1863522.00
  2007  974765 1300853.0 1490543.0 1606285.0 1678774.00 1740953.00 1790574.00
  2008  860413 1178528.0 1353821.0 1458355.0 1538880.00 1601007.00 1646311.00
  2009  777474 1063673.0 1226070.0 1336641.0 1415538.00 1473455.00   40129.22
  2010  804332 1095562.0 1268497.0 1379442.0 1458081.00   54035.69   41182.55
  2011  798065 1101016.0 1279556.0 1400693.0   72517.99   54596.22   41609.76
  2012  795645 1093432.0 1275051.0  104041.0   71399.78   53754.36   40968.14
  2013  793632 1113800.0  169805.7  104738.3   71878.32   54114.64   41242.72
  2014  804817  295407.2  167736.6  103462.0   71002.47   53455.24   40740.18
      dev
origin          8          9         10
  2005 1933258.00 1966708.00 1995636.00
  2006 1901993.00 1933911.00   28445.63
  2007 1828815.00   31170.27   27358.43
  2008   35013.89   28656.34   25151.93
  2009   32190.93   26345.95   23124.09
  2010   33035.90   27037.50   23731.06
  2011   33378.59   27317.97   23977.23
  2012   32863.90   26896.73   23607.51
  2013   33084.16   27077.00   23765.73
  2014   32681.03   26747.06   23476.14
```

```
> jumlah(hasil)
[1]  28445.63  58528.70  88822.16 121790.19 179022.70 253397.77 353531.37
[8] 525706.55 814707.93
> sum(jumlah(hasil))
[1] 2423953
```